

一、所有計算題請計算至小數點三位，題号標出，不必抄題，可用計算器。

調查 600 個家庭中，有儲蓄之家庭計 366 家，試求

(1) 有儲蓄家庭在總家庭之估計 P 及 P 之 95% 的信賴區間。(8分)

(2) 若使 P 之 95% 信賴區間之區間長度不超過 0.03，求樣本數 n 需多少？(7分)

二、某公司的銷售經理認為他手下銷售員每週平均僅和 15 位顧客接頭(他想提高此數字)。為了證實其斷言，他隨機抽出 $n=36$ 位推銷員並記錄他們每週接頭之顧客數，結果樣本平均數為 17 次，樣本變異數為 9 次

(1) 試問在顯著水準為 0.05 時，樣本結果是否和此經理之斷言相左？(7分)

(2) 若經理想在 $\alpha=0.05$ ， $\beta=0.1$ 的情況下檢定虛無假設 $H_0: \mu=15$ 對對立假設 $H_a: \mu=16$ ，試求能達到此準確程度之樣本數 n ，假定 σ^2 仍近似於 9。(8分)

三、某種電子零件的壽命 Y (以小時計算) 具有如下之機率密度函數(Rayleigh density):

$$f_Y(y; \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\theta} y e^{-\frac{y^2}{\theta}}, & y > 0, \theta > 0, \\ 0, & y \text{ 為其他值。} \end{cases}$$

令 θ 代表 θ 的最大可能估計式 (Maximum Likelihood Estimator of θ)，現分別獨立檢驗 10 個這種零件得其壽命分別為：

$$\begin{matrix} 0.637 & 1.531 & 0.733 & 2.256 & 2.364 \\ 1.601 & 0.152 & 1.826 & 1.868 & 1.126 \end{matrix}, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 24.643,$$

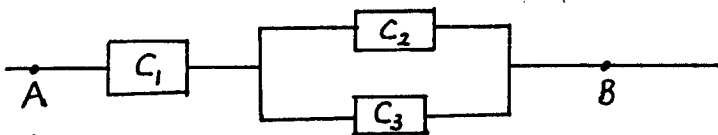
(1) 試求 θ 的最大可能估計值 (Maximum Likelihood estimate of θ)。(10分)

(2) 利用 θ 的重要性質，求當 $n \rightarrow \infty$ 時， θ 的近似分配為何？(10分)

四、 Y 代表某一零件的壽命， $F_Y(y)$ 為 Y 的分配函數，稱 $P(Y > y) = R(y) = 1 - F_Y(y)$ 為此零件的可靠度 (Reliability)。下圖是一個包含三個可靠度函數都等於

$$R(y) = e^{-0.03y}, \quad y > 0$$

的零件所構成的系統 (System)



試求此系統自 A 至 B 之可靠度為何？並求此系統自 A 至 B 其壽命時間之機率密度函數為何？(8分)

(7分)

五. 設 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 為 n 個獨立之常態隨機變數

$$E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

式中 x_i 為可控制的自變數且 $V(Y_i) = \sigma^2, i=1, 2, \dots, n$ 。

(1) 試分別用 最小平方法 及 最大可能法 (The Least square method and Maximum Likelihood method) 估計母數 β_1 。(10分)

(2) 求估計式 $\hat{\beta}_1$ (Estimator of β_1) 之抽樣分配為何?
(5分)

六.

(1) 為何變異數分析 (ANALYSIS OF VARIANCE) 統計方法之檢定假設總是用右尾之檢定, 試就一因子變異數分析模式加以說明之, 列出 ANOVA 表, 包括變異來源, 平方和, 自由度, 均方值, 不偏均方值及 F 值。
(10分)

(2) 自青銅的四種鑄造物之每一種抽取 8 個含銅量的百分比的獨立觀測, 每一種鑄造物的樣本平均 \bar{y}_j 如下:

鑄造物:	1	2	3	4
平均數:	80	81	86	90
\bar{y}_j				

$$SSE = \text{殘差平方和} = 700$$

是否有充分證據說明四種鑄造物含銅量的平均百分比之間有顯著差異?
(用 $\alpha = 0.01$ 施檢定之)。(10分)

附表值.

$$F_{28}^3(0.01) = 4.57, \quad Z_{0.05} = 1.645, \quad Z_{0.1} = 1.28$$

$$Z_{0.025} = 1.96, \quad F_{30}^2(0.01) = 5.39, \quad t_{28}(0.01) = 2.467.$$

