

作答時請標示題号, 可用計算器

1. 問函數  $f(x)=|x|$  在  $x=0$  連續否? 導數存在否? 何故。 (10%)
2. 若  $y = \ln(1+x)$  試求  $n$  階導數  $y^{(n)}$  (10%)
3. 計算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} + \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2-2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2-(n-1)^2}} \right]$  之值。 (10%)
4. 試定  $A, B$  使曲線  $y = Ax^{\frac{1}{2}} + Bx^{-\frac{1}{2}}$  在點  $(1, 4)$  處有一反曲點 (Point of Inflation)。 (10%)
5. (a) 畫函數  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ,  $-\infty < x < \infty$  之圖形, 並求其極值與反曲點。 (8%)  
 (b) 求證  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$ 。 (7%)
6. 測定身體每分鐘消耗氧氣量  $x$  (毫公升), 與測定抽自動脈每公升血液之含氧量  $y$  (毫公升) 每抽自靜脈每公升血液之含氧量  $z$  (毫公升), 可算出流經肺部之每分鐘血液流量  $C$  (公升), 且  $C, x, y$  與  $z$  之關係為:  

$$C = \frac{x}{y-z}$$
 試求:  
 (1) 若  $x=250, y=180, z=140$  之  $C$  值。 (5%)  
 (2) 若測定(1)項時,  $x, y, z$  之最大誤差均為 1%, 則  $C$  之最大誤差近似值為何? 提示: 注意單位。 (10%)
7. 某公司銷售  $x$  單位商品的邊際收入函數 (Marginal Revenue function) 為  
 $R'(x) = 150 - x$   
 求總收入函數及需求函數 (Demand function)。 (10%)
8. 求下列二式之積分值 (每小題 5 分):  
 (a)  $\int_1^e \ln x dx$  (b)  $\int_0^1 \sqrt{x(1-x)} dx$  (10%)
9. 試求  $\iint_R \sqrt{x^2+y^2} ds$  之值, 式中  $R$  為圓域, 其周界之方程式為  $x^2+y^2=2x$ 。 (10%)