

1. (1) 令  $x_1, x_2, \dots, x_n$  為獨立隨機變數, 其機率密度函數均為

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0, \theta > 0 \\ 0, & x \text{ 為其他值,} \end{cases}$$

試求  $Y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  的機率密度函數, 並求  $E(Y)$ : (5%)

(2) 電子系統之壽命  $Y = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ , 其中  $x_1, x_2, x_3, x_4$  是此系統之子系統, 每一個子系統相互獨立, 其使用壽命均呈指數分配且平均壽命皆為 3 小時。試問此一電子系統至少(包括)可操作 18 小時之機率? (10%)

提示:  $\int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} dx = \frac{\Gamma(\alpha)}{\lambda^{\alpha}}$

2. 令  $x_1, x_2$  之聯合機率函數為  $f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1 \cdot x_2}{36}, & x_1 = 1, 2, 3 \\ & x_2 = 1, 2, 3 \\ 0, & (x_1, x_2) \text{ 為其他值.} \end{cases}$

(1) 求  $Y_1 = x_1 x_2$  及  $Y_2 = x_2$  之 joint p.d.f  $f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = ?$  (5%)

(2) 求  $Y_1$  的邊際機率函數  $f_{Y_1}(y_1) = ?$  (5%)

(3) 求  $E(Y_1 | x_2 = 2) = ?$  (5%)

3. 設  $x_1, x_2, \dots, x_n$  表示取自如下的韋伯 (Weibull density) 密度函數之  $n$  個隨機樣本

$$f_x(x; \theta) = \begin{cases} \left(\frac{2x}{\theta}\right) e^{-\frac{x^2}{\theta}}, & x > 0, \theta > 0 \\ 0, & x \text{ 為其他值.} \end{cases}$$

試求  $\theta$  之最佳真估計式 (即 MVUE = minimum Variance Unbiased Estimator of  $\theta$ ). (10%)

4. 由傳統的製程所製出之成千上萬的 TV 真空管, 其平均壽命  $\mu = 1200$  小時, 標準差  $\sigma = 300$  小時。由工程部門所建議之新製程中取 100 隻真空管, 得平均數  $\bar{x} = 1265$  小時。雖然由此樣本看來, 新製程似乎較優, 但此是否由於抽樣之僥倖所致, 是否可能新製程並不優於舊製程, 而我們所得的樣本為一不幸的樣本?

(1) 請求出 Prob 值, 並以顯著水準  $\alpha = 0.05$  檢定之。 (5%)

(2) 上題再用臨界值法 (傳統的檢定法) 檢定之。 (5%)

(3) 求  $H_1: \mu_1 = 1240$  時, 接受  $H_0$  的機率  $\beta$ 。 (5%)

(4) 簡畫 (a)  $\mu_1 = 1280$  (b)  $\mu_1 = 1320$  及 (3) 之結果, 畫 OC 曲線。 (5%)

5. 根據下列 100 個人的台灣地區樣本資料欲了解學歷與所得間之關係：

所得 \ 學歷	高中以下	高中~大學	大學以上
0~3 萬元	20 人	20 人	10 人
3~5 萬元	10 人	20 人	20 人

請依序回答下列各題：

(1) 檢定學歷與所得間是否相關 ( $\alpha = 0.05$ )? (5%)

(2) 現某甲搜集上述 100 個人之教育年數 ( $x$ ) 與所得 ( $Y$ ) 之資料 (單位為萬元), 並估計一簡單迴歸方程式如下:  $\hat{Y}_i = 8 + 3x_i$ , 並知  $\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = 98200$   
 $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 12000$

試檢定教育年數對所得是否有「正」方向的影响 (顯著水準 = 5%)? 並求該迴歸方程式之判定係數。 (10%)

(3) 在複迴歸方程式中, 若要比較自變數對應變數之重要性, 是否可以各迴歸係數之大小去判定? 若不可, 應如何比較? (5%)

(4) 在複迴歸方程式中, 有所謂的共線性 (Multicollinearity) 存在, 這是什麼意思, 請解釋之。 (5%)

6. 作實驗設計得下列數據及變異數分析表 (ANOVA) 如下:

		處理間 (Treatments)				
觀測值	1	1	2	3		
(observations)	2	4	5	9		
ANOVA 表:	SV	df	SS	MS	Expected Mean square EMS	F
平均 (Mean)						
處理 (Treatments)						
誤差 (Error)						
總和 (Total)						

假定實驗之數據均滿足基本假設,

(1) 請完成上表之空白並 (5%)

(2) 檢定三種處理平均數是否相等 ( $\alpha = 0.05$ ) (5%)

(3) 檢定:  $H_0: \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} = \mu_3$  ( $\alpha = 0.05$ ) (5%)

