

一. 設 $y=3x^2$, $x=2u+3v^2$, $\begin{cases} u=2s+t \\ v=2st+3t \end{cases}$
12%

$\begin{cases} s=4p+5p^2 \\ t=4p \end{cases}$, $\begin{cases} p=2h^3 \\ q=4h \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dh}$.

二. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=3u+v \\ 2x+3y+3z=2u+w \\ y^2+3x^3=v+3w \end{cases}$ 且 $\begin{cases} x=f(u,v,w) \\ y=g(u,v,w) \\ z=h(u,v,w) \end{cases}$ 求 $\frac{\partial x}{\partial u}$ 及 $\frac{\partial y}{\partial w}$.
15%

三. 設積分區域 R 為 $2x+y=2$, $4x+2y=12$, $x+1=y$, $x-y=5$
15% 所圍成, 試求 $\int_R (x+y) dA = ?$

四. 設 $F(x) = \int_x^{x^2} (1 - \frac{e^{-xy}}{y}) dy$, 試求 $F'(x) = ?$
10%

五. 有一產品之生產函數為 $x=f(a,b)=10-a^{-1}-b^{-1}$ (x 為產品,
12% a, b 分別為兩種不同之生產因素), 產品和生產因素之價格
分別為 $P_x=9$, $P_a=1$, $P_b=4$, 該廠商欲使其利潤為最大,
試問 (1) 應使用多少生產因素? (2) 應生產多少數量之產品?
(3) 其最大利潤為多少?

六. 下列向量可否構成三度空間向量 (E^3) 之基底 (Basis).
10%

(1) $a_1=[1,0,2]$ $a_2=[2,1,0]$ $a_3=[6,2,4]$

(2) $b_1=[1,3,5]$ $b_2=[1,0,2]$ $b_3=[1,0,0]$

(3) $c_1=[1,3]$ $c_2=[1,0]$ $c_3=[5,2]$

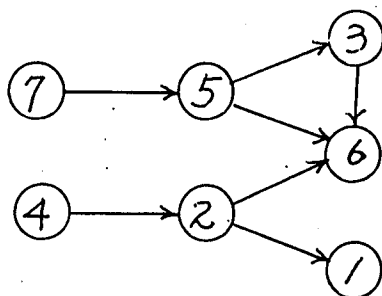
(4) $d_1=[1,0,2]$ $d_2=[2,1,0]$

(5) $e_1=[1,3,5]$ $e_2=[1,0,2]$ $e_3=[6,2,4]$ $e_4=[7,5,8]$

<註> 若不可構成三度空間向量之基底, 則請說明原因.

七. 設本次研究所入學考試有十位學生考微積分, 其中兩位為
 8% 甲組考生, 三位為乙組考生, 三位為丙組考生, 其他為
 丁組考生. 該十位學生之微積分成績可用一矩陣 A 表示,
 試設計一矩陣 B, 使其與矩陣 A 相乘後, 得出矩陣 C,
 而矩陣 C 內之元素包括該十位學生微積分成績之總和
 及各組學生微積分成績之總和, 試寫出矩陣 A, B, C
 及矩陣內元素所代表之意義.

八. 設一網路如下圖所示, 其中箭號代表可通行之方向
 8% 試將該網路用一矩陣表示出來, 並說明該矩陣所
 表示之意義.



九. 設一行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 7 & 2 \\ 7 & 3 & 11 & 13 \end{vmatrix} = -1071 \quad a \in \mathbb{R} \quad a \neq 0$
 10%

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 7 & 2 \\ 3 & 7 & 11 & 13 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 5 & -3 & 2 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 7 & 11 \\ 3 & 4 & 2 & 13 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5a & 0 & a & 3a \\ -3a & -2a & 0 & 4a \\ 2a & 0 & 7a & 2a \\ 7a & 3a & 11a & 13a \end{vmatrix}$$

$$E = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & 3+15a \\ -3 & -2 & 0 & 4-9a \\ 2 & 0 & 7 & 2+6a \\ 7 & 3 & 11 & 13+21a \end{vmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & 15 \\ -3 & -2 & 0 & -9 \\ 2 & 0 & 7 & 6 \\ 7 & 3 & 11 & 21 \end{vmatrix}$$

試求 B, C, D, E, F 之值.