

(兩組)

一. 試求  $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f[g(x^2-y, x+y^2), h(e^x, \sin y)]$  (10%)

二. 設 
$$\begin{cases} xu + yv + zw = 4 \\ x + y + z + u + v + w = 1 \\ xy + 3zu + 2w = 0 \end{cases}$$
 , 若  $x, y, z$  為  $u, v, w$  的可微函數  
試求  $\frac{\partial x}{\partial w}$  (10%)

三. 將  $\sin x^2$  展開為冪級數, 至  $n=4$ , 並依此, 求  $\int_0^1 \sin x^2 dx$  的近似值。  
(10%)

四. (a) 若  $f(x, y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$  求  $g(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u+y, y) dy$   
(b) 試求  $\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 y \cos x^5 dx dy$  (16%)

五. 試求下列積分 (24%)

(a)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  (b)  $\int_0^{\infty} \frac{t^2}{(1+t)^7} dt$  (c)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} dx$

六. 函數  $f(x, y, z) = x^4 - y^2 z^2 + x y z - x^2 - 2y^2 - z^2$   
試討論  $f(x, y, z)$  在原點  $(0, 0, 0)$  是否有極大或極小值? (10%)

七. 長方體的盒子, 體積 12 立方呎, 沒有蓋子。若每平方呎的材料成本為  
左右邊, 前後邊, 底面分別為 4, 3, 2 元。試求該盒子的各邊長  
以便材料成本最少。 (10%)

八. 設直角座標上, 點  $P(x, y, z)$  的電位  $V = x^2 + 4y^2 + 9z^2$ , 試求

(a) 由點  $P(2, -1, 3)$  至原點的方向上,  $V$  的變率。

(b) 在點  $P(2, -1, 3)$  上  $V$  的變率最大的方向。 (10%)