

"注意": 第 2 頁有參考數值表。

一. 隨機變數 X 與 Y 的聯合機率函數如下表: (25%)

$Y \setminus X$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	0
2	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

試求 (1) $\text{Var}(X)$ (2) $\text{Cov}(X, Y)$
 (3) $E(X|Y=y)$ (4) $\text{Var}(X|Y=y)$
 (5) $Z = X+Y$ 的機率函數。

二. 設每天到達某煉油廠的油船數量 N , 呈 Poisson 分配, 其參數 $\mu = 2$ 若港口設備每天只能處理 3 艘油船。如果一天內超過 3 艘進港, 則多出的必需到其他港口去。試求 (15%)

- (1) 在某一天, 須將油船送到他港的機率。
- (2) 每天到達的油船數量多少時其機率最大。
- (3) 每天能被處理的油船數量的期望值多少。

三. 某醫療保險單位, 隨機抽取 200 位被保險人, 記錄他們一年內使用醫療保險的次數, 得資料如下 (10%)

使用次數	0	1	2	3	4	5	6	7	合計
被保險人數	25	53	57	39	18	5	2	1	200

試以顯著水準 0.05 檢定上述資料是否為服從 Poisson 分配的資料。

四. 某飯店經理為了解廣告效果。在廣告推出前, 記錄 50 天的營業收入。

廣告推出後 20 天, 再記錄 30 天的營業收入。得資料如下 (15%)

廣告前: $n_1 = 50$ $\bar{x}_1 = \$1255$ $s_1 = \$215$ 單位: 百元
 廣告後: $n_2 = 30$ $\bar{x}_2 = \$1330$ $s_2 = \$238$

試問 (1) 廣告有效果否? 取顯著水準 0.05 作檢定, 假設母體都呈常態。

(2) 如果你是廣告公司經理, 你確信廣告一定有效。基於 (1) 的結論, 你有沒有什麼統計學上的建議給飯店經理?

五. 為研究三種不同上班方式對工作滿意度的影響, 進行了問卷調查, 其分數資料整理如下: (20%)

		樣本數	樣本均值	樣本標準差
分 群	自由彈性上班	27	35.22	10.22
	上班時間交錯	59	31.05	7.22
	上班時間固定	24	28.71	9.28

- (1) 用以上資料作 ANOVA 表。
- (2) 資料是否提供充分的證據表示三組均值不同? 用 $\alpha=0.05$ 檢定。
- (3) 你認為需不需要再做配對均值的比較? 不需要則說明理由。需要則說明怎麼做。
- (4) 做以上統計分析, 你需要什麼假設條件? 試述之。

六、假設引擎大小 x 與每公里耗油量 y 的迴歸模式為 (15%)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$$

若取 $n=50$ 個樣本, 用最小平方法得估計迴歸式為

$$\hat{y} = 51.3 - 10.1x + 0.15x^2$$

且 $R^2 = 0.93$, $\hat{\beta}_2$ 的標準差 $S_{\hat{\beta}_2} = 0.0037$

- (1) 資料是否能證明, 預測 \hat{y} 時, 上述模式是有用的。用 $\alpha=0.05$ 檢定。
- (2) 資料是否能證明, 上述模式中, 平方項 ($\beta_2 x^2$) 是不可忽略的。用 $\alpha=0.05$ 檢定。

參考數值表:

$$e^{-2} = 0.135$$

$$z_{0.05} = 1.645$$

$$z_{0.025} = 1.96$$

$$\chi^2_{0.05(3)} = 7.815, \quad \chi^2_{0.05(4)} = 9.488, \quad \chi^2_{0.05(5)} = 11.07, \quad \chi^2_{0.05(6)} = 12.592$$

$$\chi^2_{0.05(7)} = 14.067, \quad \chi^2_{0.05(8)} = 15.507$$

$$F_{0.05(2,107)} = 3.087$$

$$F_{0.05(3,106)} = 2.699$$

$$F_{0.05(3,107)} = 2.697$$

$$t_{0.05(107)} = 1.661$$

$$t_{0.05(106)} = 1.662$$

$$t_{0.025(107)} = 1.984, \quad t_{0.025(106)} = 1.985$$

$$F_{0.05(2,47)} = 3.202$$

$$F_{0.05(3,46)} = 2.816$$

$$t_{0.05(47)} = 2.014$$

$$t_{0.05(46)} = 2.015$$

$$t_{0.025(47)} = 1.679$$

$$t_{0.025(46)} = 1.680$$