(丙)

國立成功大學79學年度交管研究所考試(或然率與統計 試題) 共1頁 第1頁

一. 隨機變數X的機率密度函數為

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \le x \le 1 \\ a, & 1 \le x \le 2 \\ -ax+3a, & 2 \le x \le 3 \\ 0, & \text{其他情形} \end{cases}$$

請求出(1) a值 (2) 分配函數(cdf) F (3) 隨機變數X的兩個独立觀測值皆大於1.5之機率

(15分)

二. 兩隨機變數X與Y之聯合機率密度函數為

$$f(x,y) = x^2 + \frac{xy}{3}, \quad 0<x<1,\ 0<y<2$$
$$= 0, \quad \text{其他情形}$$

請計算 (a) $P(X>\frac{1}{2})$ (b) $P(Y<X)$ (c) $P(Y<\frac{1}{2} \mid X<\frac{1}{2})$

(20分)

三. 隨機變數X之機率密度函數為

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \qquad -\infty < x < \infty$$

請証明(a) $E(X)=\mu$ (b) $V(X)=\sigma^2$

(15分)

四. 兩獨立隨機變數X與Y之分配分別為 $N(2,9)$ 與 $N(3,25)$, 請求出 $P(XY<0)$.

(10分)

五. 已知迴歸模型為 $E(Y|X)=\beta_0+\beta_1 X$, 現隨機抽出10組樣本得出下列數據.

$\Sigma X=140$, $\Sigma Y=1300$, $\Sigma XY=21{,}040$, $\Sigma X^2=2{,}528$ $\Sigma Y^2=184{,}730$

請求出 (a) 迴歸方程式 $\hat{Y}=b_0+b_1 X$ 之係數值

(b) 條件變異数 $\sigma^2_{Y|X}$ 之最佳點估計值, 與90%信賴區間

(c) b_1 之95%信賴區間, 並檢定 $H_0: \beta_1=0$, $H_1: \beta_1 \ne 0$

(d) 判定係数 R^2, 相關係数 r

(e) $X_h=10$, Y_h 之95%信賴區間

(f) 利用F檢定判斷此迴歸模型是否有意義.

(30分)

六. 請証明Poisson分配具有加法性。

(10分)

註: 本試題不提供統計表, 需用統計表時直接以 $t_{0.025,10}$, $F_{0.95,2,30}$, $\chi^2_{0.90,5}$ 等寫入公式, 檢定時則需說明何種情況下可拒絕虛無假設, 何種情況下不能拒絕.