

注意：以下各題的檢定如未特殊聲明是在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下進行。

一. 假設甲、乙兩家紙廠每天紙產量合乎常態分配，吾人分別由甲、乙兩廠隨機抽取 8 天及 12 天得到如下資料。

	樣本數	紙產量的樣本平均數	樣本標準差
甲廠	8	26.3	8.2
乙廠	12	19.7	7.5

(1) 檢定甲、乙兩廠紙產量的變異數是否相等。

以下各小題假設甲、乙兩廠紙產量的變異數是相等的情況下進行。

(2) 試以 t 考驗 (t-test) 檢定產量的平均數是否相等。

(3) 試以變異數分析法 檢定兩廠紙產量的平均數是否相等。

(4) 對於 (2) (3) 的兩種不同檢定法中其 t 值與 F 值之間有何關係，此種關係是否也適用於任何兩組獨立樣本的平均值檢定上請敘述且證明。

(5) 求 μ_1 的 95% 信賴區間 (其中 μ_1 是甲廠母體的紙產量平均數)。

(6) 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 95% 信賴區間 (其中 μ_2 是乙廠母體的紙產量平均數)。

(30分)

二. 某公司為了瞭解薪資 (Y) 受年資 (X) 的影響，從員工中任意抽出 10 位得到樣本平均數，標準差，相關係數等資料如下

$$\bar{y} = 41.2 \quad S_y = 10.1412, \quad \bar{x} = 41.9, \quad S_x = 9.4687, \quad r = 0.8519$$

假設上述資料可以迴歸模式 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ 擬合，其中 ε_i 是常態分配

(1) 求此迴歸方程式 (2) 求 MSE (3) 檢定薪資與年資是否有相關。

如果經理認為年資 (X) 亦會對薪資有影響而將它放入迴歸模式中。經計算這 10 人的資料， $R^2 = 0.7726$ ， $\hat{y} = 26.1169 - 0.01398X + 0.8903Z$ ，且 $S_{\hat{\beta}_1} = 0.7948$

(4) 為什麼此複迴歸所解釋 Y 變異的百分比一定不會小於前面的簡單迴歸。

(5) 比較兩個迴歸式中年資的迴歸係數，您有何發現。就您所解釋此種現象。並且說明您會選擇那一個迴歸模式。

(25分)

三. 設 X, Y 兩隨機變數的聯合密度函數為

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 1 < x < y < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 X 的邊際密度函數 (2) 求 $E(X)$ (3) 求 $E(X|Y=1.3)$ (15分)

四. 隨機由兩母體中各抽取 $n_1=20$ 及 $n_2=15$ 算樣本所得資料如下:

母體 I	9.0	15.6	25.6	51.1	21.1	26.9	24.6	20.0	24.8	16.5
	26.0	25.1	17.2	50.1	18.7	26.1	18.9	25.4	22.0	23.3
母體 II	10.1	11.1	13.5	12.0	18.2	10.3	9.2	7.0	14.2	15.8
	13.6	13.2	8.8	12.5	21.5					

- (1) 如果想檢定母體 I 的資料是否適合常態分配. 試就您所知寫出幾種最常用的檢定法.
- (2) 請以 M-W-W 等級和檢定此兩母體是否有相同的分配 (提示: 母體 I 等級和 4.86)
- (3) 試以中位數檢定法檢定此兩母體的中位數是否相等. (15分)

五. 從甲, 乙, 丙三家工廠中分別抽取 100, 200, 300 件產品發現樣本不良率分別為 0.01, 0.04, 0.05,

- (1) 檢定甲, 乙兩廠產品的不良率是否相等.
- (2) 檢定甲, 乙, 丙三廠產品的不良率是否相等.
- (3) 如果抽取的樣本數為 3000, 6000, 9000 而發現樣本不良率仍為 0.01, 0.04, 0.05 請檢定甲, 乙, 丙三廠的不良率是否相等. (15分)

參考數值:

$$z_{0.025} = 1.960 \quad z_{0.05} = 1.645 \quad z_{0.1} = 1.282$$

$$t_{0.025}(18) = 2.101 \quad t_{0.05}(18) = 1.734 \quad t_{0.025}(20) = 2.086$$

$$t_{0.05}(20) = 1.725 \quad \chi^2_{0.025}(2) = 7.378 \quad \chi^2_{0.05}(2) = 5.991$$

$$\chi^2_{0.025}(3) = 9.348 \quad \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$$

$$F_{0.025}(7, 11) = 3.76 \quad F_{0.05}(7, 11) = 3.01 \quad F_{0.025}(8, 12) = 3.51$$

$$F_{0.05}(8, 12) = 2.85 \quad F_{0.025}(1, 18) = 5.98 \quad F_{0.05}(1, 18) = 4.41$$

$$F_{0.025}(1, 20) = 5.87 \quad F_{0.05}(1, 20) = 4.35$$