

〈第一題 25 分，其餘每題 15 分〉

1. (1) 求 $\int \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} dx$ (9分)

(2) 求 $\int_0^1 e^x \sin(e^x) dx$ (8分)

(3) 求 $\int \frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} dx$ (8分)

2. 求由曲線 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, 以及 $x = \frac{\pi}{2}$ 所圍成的面積。

3. 證明下列不等式，對 $x > 0$ 均成立：

(1) $\sin x > x - \frac{x^3}{6}$ (8分)

(2) $x > \log(1+x)$ (7分)

4. 求函數 $f(x) = \sqrt{|4x-3|}$ 在 $[0, 1]$ 上的極值。

5. 試在 $x^2 - xy + y^2 = 4$ 的條件下，求 $x^2 + y^2$ 的極值。

6. 請找點 $(1, 0, -2)$ 至平面 $x + 2y + z = 4$ 之最短距離，又如何驗證所獲致的距離為最短？