

1. (1) 求 $\int \frac{x^2-1}{(x^2-3x+1)^6} dx$ (7分)

(2) 求 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+\sin 2x)^3 \cos 2x dx$ (7分)

(3) 求 $\int e^{2x} \sec e^{2x} dx$ (7分)

(4) 求 $\int_0^6 \frac{1}{(x-4)^{\frac{2}{3}}} dx$ (7分)

2. 利用牛頓法估計 $\sqrt{7}$ 至十數位之第 2 位。 (10分)

3. 函數 xy 受限於 $4x^2+y^2=4$ ，試求其極值。 (4分)

4. 求函數 $f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}y^3 - x^2 - 3x - 4y - 3$ 之極值 (宜說明屬何種極值)。 (13分)

5. 有一公路路段，於 $1 \leq x \leq 2$ 向，呈 $f(x) = \ln x - \frac{1}{8}x^2$ 之路綫形狀，試問該路段之長度為何？ (10分)

6. 有一塊土地，由函數 $x=y^2+2$ 和 $y=x-8$ 所圍成，請簡繪該塊土地之形狀，並計算其面積。 (10分)

7. 請檢驗下列級數為發散或收斂：

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ (5分)

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{n^n}$ (5分)

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{4n^2-3}$ (5分)