

1. 設 $f(x) = x^2$
- (a) 敘述極限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a^2$ 之定義. (5%)
- (b) 由定義證明 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a^2$. (10%)
2. 求以下各微分: (每題5%)
- (a) $\frac{d}{dx} \sin x^2$. (b) $\frac{d}{dx} x \ln x$.
- (c) $\frac{d}{dx} \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt$. (d) $\frac{d}{dx} \cos^{-1} x$.
3. 計算以下各定積分: (每題5%)
- (a) $\int_0^x \frac{1}{t+1} dt$. (b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$.
- (c) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$. (d) $\int_0^1 x \ln x dx$.
- (e) $\int_1^2 \frac{x+1}{x(x^2+1)} dx$.
- 註: 第(d)小題為瑕積分。
4. 求以下各極限. (每題5%)
- (a) $\lim_{k \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{k})^k$. (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{n^2 - i^2} \frac{1}{n^2}$.
5. 令 $f(x, y) = 2 - x^2 - y^2$, 而 $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$
- (a) 函數 f 在點 $(1, 1)$ 上 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 方向之方向導數. (5%)
- (b) 求 $f(x, y)$ 在 D 上之極大值. (5%)
6. 一曲線之方程式為 $y = \sqrt{1-x^2}$, 求 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 之弧線長. (10%)
7. 令 $f(x) = x \exp(x)$, 求函數 $f(x)$ 在 0 點之 Taylor 三次多項式, 並寫出餘數(remainder). (10%)