

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

計算題：(100 分，每題 10 分)，請依序作答，不可跳題。

1. Suppose that $X \sim \text{Binomial}(n, 0.5)$. Find the probability mass function of $Y=2x$.
2. Let X_1, X_2, \dots, X_{36} be i.i.d., each with mean $\mu = 5$, and variance $\sigma^2=4$. Using the central limit theorem to find $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{36} > 174)$.
3. Based on the central limit theorem, what is the probability that the error will be less than 3.6 when the mean of a random sample of size $n = 49$ is used to estimate the mean of an infinite population with $\sigma = 21$?
4. The time it takes to assemble a simple bookcase from an IKEA company is a random variable having a normal distribution with $\mu = 18$ minutes and $\sigma = 4$ minutes. For what length of time or less is the probability 0.2266 that such an assembly can be finished?
5. 若想了解台灣東部某地區颱風登陸個數是否服從 Poisson Distribution，收集西元 1951 年到 2000 年間的歷史資料如下：

登陸次數/年	0	1	2	3	4	5	總和
觀測次數(O_i)	10	17	12	8	2	1	50
期望次數(E_i)	11	16	13	7	2	1	50

求(a) Poisson 參數(Parameter) λ 的估計值 $\hat{\lambda}$ ；(b)檢定資料是否為 Poisson Distribution 時，請列出其檢定統計量(Test Statistics)的拒絕區域(Rejection Region)。(例如： $t > t_{\alpha,4}$)

6. 5 位某班大一學生英文成績(X)和統計學成績(Y)如下表所示：

X	76	64	80	75	71
Y	70	66	77	67	65

求英文成績和統計學成績的 Spearman 等級相關係數(Spearman's rank-correlation coefficient)。

7. 在簡單迴歸分析中，理論假設模型為 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ， ε_i 服從 i.i.d.的 $N(0, \sigma^2)$ ， $i=1, \dots, n$ ，當檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ 時，(a) $\hat{\beta}_1$ 的抽樣分配為何？(b)簡單說明為何檢定統計量是 t 分配？
8. 已知某行業之就業年數(X)與月收入(Y)為線性關係，其迴歸估計方程式中的斜率係數 $\hat{\beta}_1 = 0.8$ ，就業的平均年數 $\bar{X} = 10$ 年，標準差 $S_X = 6$ 年，平均月收入 $\bar{Y} = 16$ 萬元， $S_Y = 8$ 萬元， $n = 27$ ，若想檢定X與Y無關，即 $H_0: \rho_{XY} = 0$ 時，其檢定統計量 t 之值是多少？

