

1. (5 分)設今有一族群(population)由 1, 3, 5, 7, 11 五個觀測值所組成，吾人群中以不歸還取樣法(sampling without replacement)抽取兩個觀測值為一樣本，請證明樣本之算術平均數(Arithmetic Mean)為族群算術平均值之無偏估計值(unbiased estimate)。

2. (5 分)試說明某一參數(Parameter)之 $(1-\alpha)\%$ 信賴區間之意義。
3. 為瞭解電視辯論對選民之二黨之市長候選人投票意願的影響。一民調單位隨機自市中具有投票資格之市民中隨機抽取 10,000 選民，並對此 10,000 選民於電視辯論之前及之前進行假投票，其結果整理於下列之 2x2 Contingency 表。

		辯論之後		總計
		甲黨		
辯 論 之 前	甲黨	5000	0	5000
	乙黨	10	4990	5000
總計		5010	4990	10000

由上表可見在電視辯論前兩黨候選得票率各為 50%，而在辯論之後有 10 位原投乙黨候選人之選民改投甲黨之候選人。

- a. (5 分)請以統計符號表示下列假設(hypotheses)

H_0 : 電視辯論不會影響投票人之意願。

H_a : 電視辯論會影響投票人之意願。

- b. (5 分)請說明如何檢定(a)中之假設及 test statistic 在虛無假設下之分配。
- c. (5 分)計算觀測到 test statistic 之 P-value，並於 0.05 顯著水準下針對(a)之假設下結論。

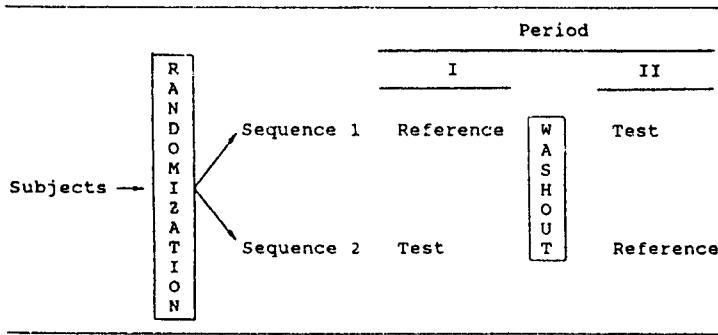
4. 下列資料為 3 位城市及 2 位鄉村之 12 歲女性學童體能測驗之結果

城市 :	12.9	9.0	3.7
鄉村 :	16.1	11.8	

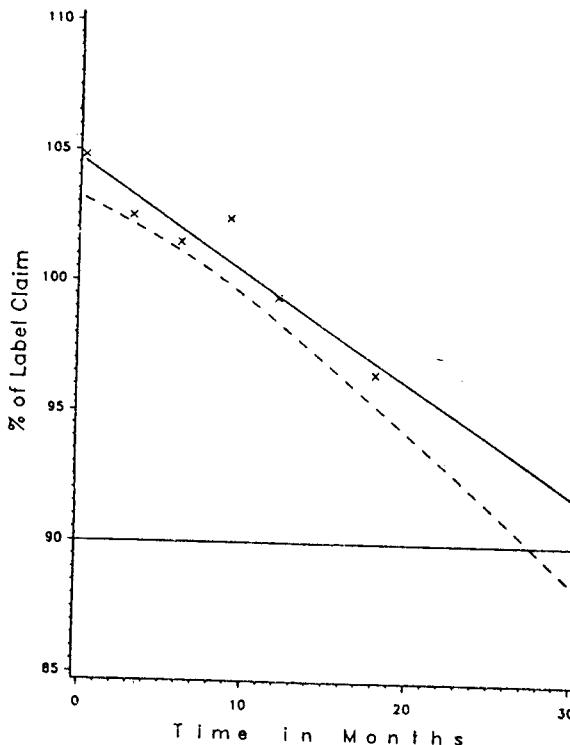
- a. (5 分)計算 Wilcoxon rank sum test statistic (對城市女性學童)。
- b. (5 分)在城市與鄉村女性學童體能無差異之假設下導出 Wilcoxon rank sum test statistic 之分配。
- c. (5 分)求出(a)所得 Wilcoxon rank sum test statistic 之 P-value，並在 0.05 顯著水準之下檢定城市與鄉村 12 歲女性學童體能上有無差異。

5. (5 分)為了要瞭解三種不同飼料(diet)對純種法(thoroughbred horse)馬蹄(hoof)生長之影響，24 匹純種馬分 4 匹養在 6 個不同的馬廄(paddocks)內，每 2 個馬廄被隨機指派餵養一種飼料(而同一馬廄內之 4 匹純種馬均餵養被指派到之同一種飼料)。在飼養 6 個月後試驗者量測每一匹純種馬的 4 個馬蹄之生長情況。請問本試驗之觀測單位(observation unit)，試驗單位(experimental unit)及抽樣單位(sampling unit)分別為何？
6. a. (5 分)請問一位參與試驗之統計學家在決定試驗所用的設計(design)時應考量的因素為何？
b. (5 分)請問在試驗之設計選定之後而於試驗真正執行之前，統計學家應進行何種工作？若不做這些工作將對試驗結果之統計推論(statistical inference)有何影響？
7. 一複因試驗(factorial experiment)有二因子(factor)A 與 B，A 因子有 a 變級(levels)，B 因子有 b 變級，而每一處理組合之重複數為 n 。
a. (5 分)以上述複因試驗為例說明交叉分類(crossed classification)與摺疊分類(hierarchical classification or nested classification)之不同。
b. (5 分)若此複因子試驗為交叉分類且 $a = 2$ 與 $b = 2$ ，請舉例並以圖說明簡單效應(simple effect)，因子之主效應(main effect)，兩因子之交互作用(2-factor interaction)。
c. (5 分)若此複因子試驗為交叉分類，A 因子為固定型，B 因子為隨機型，請寫出包含兩因子交互作用之模型及根據此模型導出之變異數分析表(ANOVA，包括均分期望值)，及檢定 A 因子主效應是否存在之 test statistic，並闡述所須之 Assumptions 及理由。
d. (5 分)若此複因子試驗為摺疊分類，亦請寫出 A 因子為固定型，B 因子為隨機型之模型，並導出其變異數分析表(包括均方期望值)及檢定 A 因子主效應是否存在之 test statistic，並闡述所須之 Assumptions 及理由。

8. 下圖為 1 項新藥(Test)與對照藥(Reference)之有效性比較試驗。受試者(Subjects)被隨機指派為 2 組(Sequence)。被指派在第一組的受試者在第一期間(Period I)先服用對照藥並評估其有效性之後，經過清洗區間(Washout)後而在第二期間(Period II)再服用新藥而對其有效性再進行評估。被指派在第二組的受試者之處理順序為新藥在第一期間而對照藥在第二期間。



- a. (5 分)在常態下假定(Assumption)下導出 2 種藥品族群平均有效性之差的最小變異數無偏估計式(Minimum Variance Unbiased Estimator)並討論所需的各種假定。
- b. (5 分)根據(a)之 MVUE 導出檢定下列假設(hypothesis)之 Test statistic 。
- H_0 : 2 種藥品平均有效性之間無差異。
- H_a : 2 種藥品平均有效性之間有差異。
9. 藥品長期安定性試驗(long-term stability study)是用來估算藥品貯存期限(shelf-life)之試驗。本試驗是化驗一批藥(batch)在生產後於不同貯存時間(3, 6, 9, 12, 18, 24, 36, 48, 及 60 月)上之藥品有效成分。通常先以藥品有效成份為因變數(dependent Variable, Y)及時間為自變數(independent Variable, X)進行簡單直線迴歸分析(simple linear regression)來瞭解藥品衰退(degradation)情形。再求出平均有效成份之 95% 信賴下限(95% lower confidence limit)。目前各國均要求在規定貯存期限以前，至少 95% 的藥品之有效成份均保持在 90% 以上。故貯存期限求法之一為先找出 $Y = 90$ 與平均有效成份之 95% 信賴下限之交點。再以此點向 X 軸引一垂直線，而貯存期限為此垂直線與 X 軸之交點。(請參見下圖)



- a. (5 分) 寫出根據上述方法求貯存期限之方程式(不必求解)。
- b. (5 分) 根據(a)之方程式找出貯存期限存在之條件。
- c. (5 分) 請問在此法下求出之貯存期限之前是否可保證至少 95% 的藥品之有效成份保持在 90% 以上？請證明之。