1. 設 X_1, X_2 相互獨立，並分別服從平均數 λ_1, λ_2 的 Poisson 分布。令 $Y = X_1 + X_2$。

   (a) 求 Y 的 p.d.f. (10%)

   (b) 求給定 $Y = n$ 時，X_1 的條件分布。 (10%)

2. 在電話訪問時因空號、不符設定條件及拒訪等種種原因，使得成功率相當低。假設平均五通電話中有一通成功。求平均撥幾通可得一次連續兩通都成功? (10%)

3. 生命統計中令死亡時間為隨機變數 T；$S(t) = 1 - F(t)$ 為存活函數，其中 F 為 T 之分布函數。

   (a) 証明期望壽命 $E[T] = \int_0^\infty S(t)\,dt$ (10%)

   (b) 直觀地說明(a)之結果成立的理由。【註：生命表之平均餘命即是依上列公式計算】(5%)

4. 証明下列簡化的 Slutsky's Theorem:
設隨機變數序列 $\{U_n\}_{n=1}^\infty$ 向隨機變數 U 做分布收斂 (convergence in distribution)；另一隨機變數序列 $\{V_n\}_{n=1}^\infty$ 機率收斂 (converges in probability) 到 0。則 $U_n + V_n \xrightarrow{d} U$。
(15%)

5. 設 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 為取自 $N(\theta_1, \theta_2)$ 的一組隨機樣本，$-\infty < \theta_1 < \infty, \theta_2 > 0$。

   (a) 找出 (θ_1, θ_2) 的最小充分統計量 (*minimal sufficient statistics*)。 (10%)

   (b) 應用 Basu's Theorem 証明樣本平均數 $\bar{X}$ 和樣本標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$ 相互獨立。【提示：假設 θ_2 已知】 (10%)

6. 設 $X_1, X_2, \ldots, X_m; Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ 為獨立分別取自具 $N(\theta_1, \theta_3)$ 與 $N(\theta_2, \theta_3)$ 分布之群體的兩隨機樣本。求 $H_0: \theta_1 = \theta_2$ 對 $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ 的廣義概度比 (*generalized likelihood ratio*) 水準 α 檢定。 (20%)

7230