

注意：可攜帶不具儲存程式功能之電子計算機，但計算題應列出計算過程

一. 隨機變數 X 之動差母函數如下所示：

1. $M_X(t) = e^{2(e^t-1)}$

2. $M_X(t) = e^{10t+50t^2}$

3. $M_X(t) = (0.2+0.8e^t)^5$

4. $M_X(t) = \frac{0.2e^t}{1-0.8e^t}$

5. $M_X(t) = (1-2t)^{-3}, t < \frac{1}{2}$

(一) 試分別定義其為何種分配，並寫出其分配式。(10%)

(二) 分別推算此等分配之平均數及變異數。(10%)

(三) 就第一個分配，推求 $E(X^2+X+3)$ 。(3%)

二. 設隨機變數 X 服從母數為 θ 之 Poisson 分配。

(一) 試求母數 θ 之最概估計量 (Maximum likelihood estimator) $\hat{\theta}$ 。(5%)

(二) 檢討此估計量 $\hat{\theta}$ 之有效性 (Efficiency) 及充分性 (Sufficiency)。(4%, 4%)

三. 某公司每週初把汽油存於巨型油槽內再賣給個別顧客，令 X 表每週初油槽進貨後之容量比率，該比率週與週之間可能有所不同；另令 Y 表每週內售油之容量比率。設 X 與 Y 之聯合機率密度函數如下：

$f(x, y) = 3x, 0 \leq y \leq x \leq 1$

(一) 試求油槽進貨後之容量比率小於 $\frac{1}{2}$ ，但售油容量之比率超過 $\frac{1}{4}$ 之機率？(4%)

(二) 求 X 及 Y 之邊際密度函數 $f(x)$ 及 $g(y)$ 。(4%)

(三) 儲存量之比率 X 與銷售量之比率 Y 是否獨立？何故？(2%)

(四) 求週末所剩汽油量之期望比率為何？(3%)

四. (一) 何謂拉丁方格設計 (Latin-squares design)？(3%)

(二) 清雲公司為了解價格水準之不同是否影響銷售量，經調查後發現商店地點與商店規模亦可能影響公司之銷售量，乃決定採拉丁方格設計分析之。並以 A (高價格)、B (中價格)、C (低價格) 表價格水準，經二週後蒐集到商店的銷售量 (萬元) 資料，以拉丁方格設計方式表示如下：

今已求得：
 $SST = 536,$
 $SSR = 38$ (地點),
 $SSC = 2$ (規模),
 $SS(T_r) = 494$ (價格).

1. 試驗證 $SS(T_r) = 494$ 。(3%)

2. 試以 $\alpha = 0.05$ 檢定不同之商店地點、不同之商店規模與不同之價格水準，是否會影響公司之銷售量？(7%)

地點 \ 規模	大	中	小
工業區	C 62	B 50	A 44
商業區	A 41	C 59	B 47
住宅區	B 47	A 38	C 56

(背面仍有題目, 請繼續作答)

五. 自某城市隨機抽取五個家庭, 得彼去年每月之平均所得 (X , 萬元) 與每月之平均消費額 (Y , 萬元), 列如右表所示:

今已求得: $\sum X = 60$, $\sum Y = 35$,
 $\sum X^2 = 752$, $\sum Y^2 = 285$,
 $\sum XY = 452$.

月平均所得 x	月平均消費 y
12	5
8	4
12	6
16	12
12	8

(一) 配合每戶月平均消費額 (Y) 對每戶月平均所得 (X) 之迴歸直線。 (5%)

(二) 以 $\alpha = 0.05$ 檢定母體迴歸直線是否與橫軸平行? (4%)

(三) 若某一家庭之月平均所得為 10 萬元, 試求其月平均消費額 Y_x 之 95% 的預測區間 (Prediction interval). (4%)

(四) Y 之差異有百分之多少可由 X 之差異來解釋? (3%)

六. 試求: (一) 二正數之和為 6, 乘積超過 8 之機率? (5%)

(二) 二正數之和為 6 以下, 而乘積超過 8 之機率? (5%)

七. The following random samples are measurements of the heat-producing capacity (in millions of calories per ton) of specimens of coal from two mines:

Mine 1: 8,380 8,180 8,500 7,840 7,990

Mine 2: 7,660 7,510 7,910 8,070 7,790

Use the 0.05 level of significance to test whether the difference between the means of these two samples is significant. (12%)

參考數值表

Critical Values of t

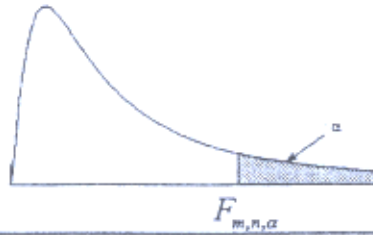


$d.f.$	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	$d.f.$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10

F分配表

(1) $\alpha = 0.05$

$P(F_{m,n} \geq F_{m,n,\alpha}) = \alpha$



分母
自由
度
n

		分子自由度 m								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.883	240.543	
2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	
3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962	
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876	
16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377	
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943	
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563	
19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227	
20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928	

(2) $\alpha = 0.025$

分母
自由
度
n

		分子自由度 m								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647.789	799.500	864.163	899.583	921.848	937.111	948.217	956.656	963.287	
2	38.5063	39.0000	39.1655	39.2484	39.2982	39.3315	39.3552	39.3730	39.3869	
3	17.4434	16.0441	15.4392	15.1010	14.8848	14.7347	14.6244	14.5399	14.4731	
4	12.2179	10.6491	9.9792	9.6045	9.3645	9.1973	9.0741	8.9796	8.9047	
5	10.007	8.4336	7.7636	7.3879	7.1464	6.9777	6.8531	6.7572	6.6811	
6	8.8131	7.2599	6.5988	6.2272	5.9876	5.8198	5.6955	5.5996	5.5234	
7	8.0727	6.5415	5.8898	5.5226	5.2852	5.1186	4.9949	4.8993	4.8232	
8	7.5709	6.0595	5.4160	5.0526	4.8173	4.6517	4.5286	4.4333	4.3572	
9	7.2093	5.7147	5.0781	4.7181	4.4844	4.3197	4.1970	4.1020	4.0260	
10	6.9367	5.4564	4.8256	4.4683	4.2361	4.0721	3.9498	3.8549	3.7790	
11	6.7241	5.2559	4.6300	4.2751	4.0440	3.8807	3.7586	3.6638	3.5879	
12	6.5538	5.0959	4.4742	4.1212	3.8911	3.7283	3.6065	3.5118	3.4358	
13	6.4143	4.9653	4.3472	3.9959	3.7667	3.6043	3.4827	3.3880	3.3120	
14	6.2979	4.8567	4.2417	3.8919	3.6634	3.5014	3.3799	3.2853	3.2093	
15	6.1995	4.7650	4.1528	3.8043	3.5764	3.4147	3.2934	3.1987	3.1227	
16	6.1151	4.6867	4.0768	3.7294	3.5021	3.3406	3.2194	3.1248	3.0488	
17	6.0420	4.6189	4.0112	3.6648	3.4379	3.2767	3.1556	3.0610	2.9849	
18	5.9781	4.5597	3.9539	3.6083	3.3820	3.2209	3.0999	3.0053	2.9291	
19	5.9216	4.5075	3.9034	3.5587	3.3327	3.1718	3.0509	2.9563	2.8801	
20	5.8715	4.4613	3.8587	3.5147	3.2891	3.1283	3.0074	2.9128	2.8365	