

※ 考生請注意：本試題可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

一、選擇題 50 分(每題五分)

- 下列何種分配之平均值與變異數相等? (a) 常態分配 (b) 指數分配 (c) t 分配 (d) 卜瓦松分配
- 假設變異數均相等，欲比較四個水準之平均值是否均相等，應使用下列何種方法?  
(a) 迴歸分析法 (b) 變異數分析表(ANOVA) (c) T 檢定 (d) Z 檢定
- 投擲一均勻骰子兩次，至少出現一次 " 4 " 向上的機率為? (a)  $\frac{1}{36}$  (b)  $\frac{5}{36}$  (c)  $\frac{11}{36}$  (d)  $\frac{13}{36}$
- 對於一多變量分布  $f(x, y) = \frac{k}{(1+x+y)^5}$   $x \geq 0, y \geq 0$ .  $k$  值為何? (a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18
- $\alpha(x) = \begin{cases} ke^{-2x} & x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$   
 $\alpha(x)$  是 : (a) 任何  $k$  下均為機率密度函數  
(b)  $k=1$  時為機率密度函數  
(c)  $k=2$  時為機率密度函數  
(d) 以上皆非
- $X$  為一二項分配，平均值為 6 變異數為 3.6  $X=4$  的機率為何? (a) 0.1059 (b) 0.1268 (c) 0.1493 (d) 0.1625
- $X$  的動差生成函數為  $M_X(t) = (1-t)^{-2}$  for  $t < 1$ ， $X$  的變異數為何? (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8
- 若隨機變數  $X$  與  $Y$  的聯合累積密度函數為  $F_{X,Y}(x, y)$ ，則  $P(X > 1, Y > 1) =$   
(a)  $1 - P(X \leq 1, Y \leq 1)$   
(b)  $[1 - P(X \leq 1)][1 - P(Y \leq 1)]$

(c)  $1 - F_X(1) - F_Y(1) + F_{X,Y}(1,1)$

(d) 以上皆非

9. 兩隨機變數  $X_1$  和  $X_2$  相互獨立，且服從均勻分布  $U(0,1)$ ，令  $z_1 = \sqrt{-2\ln(X_1)} \cos(2\pi X_2)$  且

$z_2 = \sqrt{-2\ln(X_1)} \sin(2\pi X_2)$  則  $z_1$  和  $z_2$  的聯合機率密度函數為何？

(a)  $g(z_1, z_2) = \frac{1}{\pi} \exp\left(-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}\right) \quad -\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 < \infty$

(b)  $g(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}\right) \quad -\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 < \infty$

(c)  $g(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}\right) \quad -\infty < z_1 < \infty, -\infty < z_2 < \infty$

(d) 以上皆非

10.  $X_1$  和  $X_2$  的分佈根據如下， $f(x_1, x_2) = 2$ ， $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$  則  $X_1$  和  $X_2$  之間的相關係數為何？

(a) 0.35 (b) 0.4 (c) 0.45 (d) 0.5

二、非選擇題 50 分

1. (12 分) 假設  $Y$  為一連續型隨機變數，其機率密度函數為

$$f(y) = \begin{cases} y & , \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 1 & , \quad 1 \leq y \leq 1.5 \\ 0 & , \quad \text{其他範圍} \end{cases}$$

試求 (a)  $F(y)$ (b)  $P(0 \leq Y \leq 1)$ (c)  $P(0.5 \leq Y \leq 1.5)$ (d) 期望值  $E[Y]$  與變異數  $V(Y)$

2. (6分) 假設  $Y$  為一連續型隨機變數，其機率密度函數為

$$f(y) = \begin{cases} a+by^2, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他範圍} \end{cases}$$

若期望值  $E[Y] = \frac{3}{5}$ ，試求  $a$  與  $b$

3. (12分) 假設市公車停靠某站牌的次數符合卜瓦松分配，而且半小時內，平均有三班停靠。試問在 9:00~9:30 之間
- 至少有一班市公車停靠的機率為何？
  - 都無任何市公車停靠的機率為何？
  - 在此半小時內，靠站公車次數之期望值及變異數為何？

4. (10分) 隨機變數  $X$  與  $Y$  的聯合機率密度為

$$f(x, y) = \begin{cases} c, & x > 0, y > 0, x+y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- 求出  $c$  的值
  - 若  $Z = X + Y$ ，完整找出  $Z$  的 p.d.f.。
5. (10分) 一袋內裝有  $N$  個球，每個球皆有標號，自 1 標到  $N$ ，每次抽出一球再放回，問抽出一球之平均數及變異數。