

1. 若  $x^2 - x \ln y + y^2 = 2x + 5$  求此曲線在  $(2, 1)$  點的切線方程式

2. 某電器廠，新推出一種電視機，估計公開銷售後七個月，每月銷售量為

$$S(t) = \frac{1000}{1 + 9e^{-t}}$$

- 試求(1) 初期每月銷售量為何  
(2) 何時銷售量最大，此最高銷售量多少  
(3) 何時銷售增加率最大

3. 一工廠製造沒蓋子的圓柱形罐頭容器，體積均為  $24\pi$  立方公分。若底圓部分的單位成本是彎曲垂直部分的 3 倍。問罐頭底圓半徑與高各若干，才能使成本最小

4. 某公司購入一生產機器，原始價值為 1000 萬元，若機器折舊率（價值遞減率）與當期的價值成比例，又已知使用 3 年後價值為 800 萬元，問該機器使用 6 年後價值若干？

5. 作下列函數圖形  $x \in [0, 4\pi]$

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

6. 試求下列積分：

(1)  $\int \tan^{-1} x \, dx$       (2)  $\int \frac{x \, dx}{(x^2 + x + 1)^2}$

(3)  $\int_0^{\infty} x e^{-x} \, dx$       (4)  $\int \ln(x+1) \, dx$

(5)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \sin x}$

7. 三個正實數的和等於 9，求滿足此條件的三個正實數，其乘積最大者。

8. 試求在球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ，及柱面  $r = a \sin \theta$  內部之體積。