

注意：未寫明充分的理由及演算過程者得不給分！

1. 計算：(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$ ; (b)  $\int e^x \ln(e^x + 1) dx$ ; (c)  $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{1 - e^{-t}}{t} dt$  (30%)
2. 令  $f(x) = x\sqrt{|x|}$ ,  $-\infty < x < \infty$ 。求  $f'(x)$ ，並證明  $f''(0)$  不存在。 (15%)
3. 求  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$  在  $x_0 = 0$  的 Taylor 展式，並決定其收斂區間。 (10%)
4. 假設某本書有穩定需求，每年可賣出 8,000 本。尚未賣出的書每本每年需要 NT\$60 的儲存成本；每次印刷需固定的設置成本 NT\$60,000，而每本直接印刷成本 NT\$300。問：每次印刷幾本最划算？多久印一次？一年總成本多少？需說明為何你得到的答案確實是成本最低的。 (15%)
5. 某工廠考慮建築一棟單一樓層的倉庫，要求容積 250,000 立方呎。估算地板每平方呎需花費 \$8，屋頂每平方呎需花費 \$32，四面牆每平方呎需費 \$10。如何設計(長、寬、高)可使成本最小？結果成本多少？ (15%)
6. 你參加了一個儲蓄計畫：每天存入帳戶 50 元。利息算法：年息 2.5%，每天依帳戶餘額計算利息後立即滾入本金。把每日儲錢、生息這一回事當做連續的，無時無刻不在進行。以一個微分方程式表現帳戶餘額及其變動率的關係。假設開戶時存入 5000 元。求開戶後  $t$  年時帳戶餘額。【如果你覺得本題欠缺甚麼訊息，不妨給予合理的補充設定。】 (15%)