

系所組別：財務金融研究所

考試科目：微積分

考試日期：0224，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

請勿在本試題紙上作答，否則不予計分

一、選擇題 50 分(每題五分)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} =$ (a) 1 (b) 0 (c) e (d) $\frac{1}{e}$
2. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt =$ (a) 0 (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) ∞
3. $\int_{-1}^0 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx =$ (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $1 - \frac{\pi}{2}$ (c) π (d) $\frac{\pi}{2} - 1$
4. 點 $(1, 2, 0)$ 與曲面 $z^2 = x^2 + y^2$ 間的最短距離為 (a) $\sqrt{33}$ (b) $\sqrt{5}$ (c) $\frac{\sqrt{33}}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
5. 求 $\lim_{y \rightarrow \infty} (\sqrt{y^2 + 5y} - y) =$ (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$
6. 試求 $f(x) = x^2 - \frac{1}{6}x^3$, 在 $-5 \leq x \leq 5$ 區間之極小值?
(a) -1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$
7. 求 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} =$ (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{16}$
8. 數列: $a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt{6} - \sqrt{2}, a_3 = \sqrt{12} - \sqrt{6}, a_4 = \sqrt{20} - \sqrt{12}, \dots$ 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$
(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$
9. Find $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}} =$ (a) e (b) $\frac{1}{e}$ (c) e^2 (d) $e^{\frac{1}{2}}$
10. 若已知 $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$, 試求 $\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x} dx =$ (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(背面仍有題目,請繼續作答)

系所組別： 財務金融研究所

考試科目： 微積分

考試日期： 0224，節次： 3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機

二、非選擇題 50 分

1. (10%) 試證： $e^\pi > \pi^e$.

2. (10%) 試透過極小化

$$\frac{a+b+x}{\sqrt[3]{abx}}$$

證明

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \quad (a, b, c > 0).$$

3. (10%) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n!}{n^n} \right) =$

4. (10%) 試求

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 \int_0^1 z^3 e^{y^2} dz dy dx =$$

5. (10%) 試求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{e} + \sqrt[n]{e^2} + \cdots + \sqrt[n]{e^{n-1}} + e}{n} =$$