

系所組別： 財務金融研究所

考試科目： 微積分

考試日期：0223，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

一、選擇題 50 分(每題五分)

1. $\int_2^{10} \frac{3}{\sqrt{5x-1}} dx =$ (a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{14}{5}$ (c) $\frac{22}{5}$ (d) $\frac{24}{5}$

2. 求 $\int x^2 e^{2x} dx =$ (a) $\frac{1}{2} x^2 e^{2x} + \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$ C 是常數

(b) $\frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + C$ C 是常數

(c) $\frac{1}{4} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{2} e^{2x} + C$ C 是常數

(d) $\frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{4} x e^{2x} + \frac{1}{2} e^{2x} + C$ C 是常數

3. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx =$ (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{8}$

4. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$ (a) $2e-1$ (b) $2e+1$ (c) $2(e-1)$ (d) $e-2$

5. 求 $\frac{-1}{1 \cdot 2} + \frac{-1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{-1}{n(n+1)} + \cdots$ (a) -1 (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{8}$

6. 求 $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1-e \cos \theta} d\theta =$ (a) $\frac{\pi}{1-e}$ (b) $\frac{2\pi}{1-e}$ (c) $\frac{\pi}{\sqrt{1-e^2}}$ (d) $\frac{2\pi}{\sqrt{1-e^2}}$

7. 求 $\int_{-1}^5 |2x-3| dx =$ (a) 37 (b) $\frac{37}{2}$ (c) $\frac{37}{4}$ (d) $\frac{37}{8}$

8. 求 $\int \sin \ln x dx =$ (a) $\frac{1}{2} \ln x (\sin \ln x - \cos \ln x) + C.$ C 是常數

(b) $\frac{1}{2} \sin x (\sin \ln x - \cos \ln x) + C.$ C 是常數

(c) $\frac{1}{2} x (\sin \ln x - \cos \ln x) + C.$ C 是常數

(d) $\frac{1}{2} \cos x (\sin \ln x - \cos \ln x) + C.$ C 是常數

9. Find $\int \frac{10x^2 + 9x + 1}{2x^3 + 3x^2 + x} dx =$ (a) $\ln|x| + 2\ln|x+1| + \ln|2x+1| + C.$ C 是常數

(b) $\ln|x| + 2\ln|x+1| + 2\ln|2x+1| + C.$ C 是常數

(c) $\ln|x| + \ln|x+1| + 2\ln|2x+1| + C.$ C 是常數

(d) $2\ln|x| + \ln|x+1| + 2\ln|2x+1| + C.$ C 是常數

(背面仍有題目，請繼續作答)

系所組別：財務金融研究所

考試科目：微積分

考試日期：0223，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

10. 一皮球自一高 10 公尺處落下，若每次落下反彈大約到原高之一半，利用一無窮幾何級數來近似計算球自落下起到停止前所經的總路程，約多少公尺？
(a)15 (b) 20 (c) 25 (d) 30

二、非選擇題 50 分

1. (10%) 利用微分求 $\sqrt[3]{65}$ 之近似值。

2. (10%) 求 $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}} dx =$

3. (10%) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ 求 $f'(x) =$

4. (10%) 判斷下列級數是絕對收斂、條件收斂或發散：

(5%) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 4}{2^n}$

(5%) (b) $\sin 1 + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{3^2} + \dots + \frac{\sin n}{n^2} + \dots$

5. (10%) 利用數學歸納法證明 $1 + 2n \leq 3^n$ ， n 是正整數。