國立成功大學 104 學年度碩士班招生考試試題

系所組別：財務金融研究所

考試科目：微積分　　　　考試日期：0212，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。　請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

一、選擇題 50 分(每題五分)

1. 求 $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=$ (a) 0　(b) ∞　(c) 3　(d) NaN (Not a Number)

2. 求 $\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=$ (a) $2\cos\frac{\sqrt{x}}{x}+C$　C 是常數

   (b) $2\sin\sqrt{x}+C$　C 是常數

   (c) $2\cos\sqrt{x}+C$　C 是常數

   (d) $2\sin\frac{\sqrt{x}}{x}+C$　C 是常數

3. 求 $\int_0^\infty\frac{dx}{e^x+e^{-x}}=$ (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{8}$

4. 求 $\lim_{n\to+\infty}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{2n+j}=$ (a) 0 (b) ∞ (c) $\ln 3-\ln 2$ (d) $\ln 2$

5. 求 $\lim_{x\to 0^+}x^{\sin x}=$ (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) ∞

6. 求 $\int_0^1\frac{\log x}{1+x}dx=$ (a) $-\frac{\pi}{12}$ (b) $-\frac{\pi^2}{12}$ (c) $\frac{\pi^2}{12}$ (d) $\frac{\pi}{12}$

7. 求 $\iint_R f(x,y)\,dA$ ，$f(x,y)=x+2y$ 且 R 為定義在 $1\le x\le 4$，$1\le y\le 2$ 之長方型區域

   (a) 8 (b) $8\frac{1}{2}$ (c) 16 (d) $16\frac{1}{2}$

8. 求 $\int\frac{x}{(x-1)(x^2+4)}dx=$

   (a) $\frac{1}{5}\log|x-1|-\frac{1}{10}\log|x^2+4|+\frac{2}{5}\tan^{-1}\frac{x^2}{2}+C.$　C 是常數

   (b) $\frac{1}{5}\log|x-1|-\frac{1}{10}\log|x^2+4|-\frac{2}{5}\tan^{-1}\frac{x}{2}+C.$　C 是常數

   (c) $\frac{1}{5}\log|x-1|-\frac{1}{10}\log|x^2+4|+\frac{2}{5}\tan^{-1}\frac{x}{2}+C.$　C 是常數

   (d) $\frac{1}{5}\log|x-1|+\frac{1}{10}\log|x^2+4|+\frac{2}{5}\tan^{-1}\frac{x}{2}+C.$　C 是常數

9. 求 $f^{(100)}(0)$ if $f(x)=e^{x^2}$ (a) $\frac{100!}{49!}$ (b) $\frac{100!}{50!}$ (c) $\frac{(100!)^2}{50!}$ (d) $\frac{100!}{51!}$

國立成功大學 104 學年度碩士班招生考試試題

系所組別：財務金融研究所

考試科目：微積分

考試日期：0212，節次：3

10. 求 $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{4x^3-1}{3x^2+2}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)=$ (a) $\dfrac{4}{3}$ (b) $-\dfrac{1}{2}$ (c) 0 (d) ∞

二、非選擇題 50 分

1. (10%) 有一數列 $\dfrac{2}{1},\left(\dfrac{3}{2}\right)^2,\left(\dfrac{4}{3}\right)^3,\left(\dfrac{5}{4}\right)^4,\cdots$ 求 數列第 n 項 a_n 及其極限值($n\to\infty$, $a_n=?$) 。

2. (10%)求 $I=\int_0^\infty \dfrac{e^{-x}}{\sqrt{x}}dx$ 。

3. (10%) 試証明 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$ 發散。

4. (10%) 試証明 $1=\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{(n+1)!}$ 。

5. (10%) 利用數學歸納法證明 $1^3+2^3+\cdots+n^3=\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$, n 是正整數 。