

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

一、選擇題 50 分(每題五分)

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 5n} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 + 1}} =$ (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{5}{3}$

2. 求 $\int_0^{\infty} x^5 e^{-3x} dx =$ (a) $\frac{40}{243}$ (b) 0 (c) $\frac{24}{234}$ (d) 1

3. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\cos(\frac{1}{x})} =$ (a) 1 (b) e^{-1} (c) e (d) 0

4. 求 $\int_0^1 \tanh x dx =$ (a) $\log\left(\frac{e+e^{-1}}{2}\right)$ (b) $\log\left(\frac{e-e^{-1}}{2}\right)$ (c) $\log\left(\frac{2}{e+e^{-1}}\right)$ (d) $\log\left(\frac{2}{e-e^{-1}}\right)$

5. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 =$ (a) 0 (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) ∞

6. 求 $\int_0^1 \log(1+\sqrt{x}) dx =$ (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

7. 求 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} + \dots =$ (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{8}$

8. 求 $\int_0^1 \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx =$ (a) $\frac{1}{8}e^4 - \frac{3}{4}e^2 + e - \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{8}e^4 + \frac{3}{4}e^2 + e - \frac{3}{8}$ (c) $\frac{1}{8}e^4 - \frac{3}{4}e^2 - e - \frac{3}{8}$
(d) $\frac{1}{8}e^4 + \frac{1}{4}e^2 + e - \frac{3}{8}$

9. 求 $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x-2)(x^2+4)} =$ (a) $\frac{5}{8} \log|x-2| - \frac{3}{16} \log(x^2+4) - \frac{3}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)$

(b) $\frac{5}{8} \log|x-2| + \frac{3}{16} \log(x^2+4) + \frac{3}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$

(c) $\frac{5}{8} \log|x-2| + \frac{3}{16} \log(x^2+4) - \frac{3}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$

(d) $\frac{5}{8} \log|x-2| - \frac{3}{16} \log(x^2+4) + \frac{3}{8} \tan^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)$

10. 求 $\int \sin^4 x \cos^5 x dx =$ (a) $\frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{2}{7} \sin^7 x + \frac{1}{9} \sin^9 x + C$. C is constant

(b) $\frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{2}{7} \sin^7 x - \frac{1}{9} \sin^9 x + C$. C is constant

(c) $\frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{2}{7} \sin^7 x - \frac{2}{9} \sin^9 x + C$. C is constant

$$(d) \frac{2}{5} \sin^5 x - \frac{2}{7} \sin^7 x + \frac{2}{9} \sin^9 x + C. \quad C \text{ is constant}$$

二、非選擇題 50 分

1. (10%) 求函數 $y = \cos(x)$ 在 $x=0$ 和 $x=\pi$ 之間與 x 軸所圍面積。
2. (10%) 求函數 $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + 4x - 6$ 圖形之反曲點。
3. (10%) 證明 $5^{2n} - 1$ 可被 8 整除。
4. (10%) 求算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\log(1+x)}{x} \right)^{\frac{1}{x}} =$
5. (10%) 求算 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx =$