

1. 下列之列聯表之數字為實際觀察之次數。20%。

	優良	良品	不良品	
A 廠	20	35	60	115
B 廠	15	45	70	130
	35	80	130	245

請編列下列兩種檢定之期望次數之列聯表與自由度。

- 1) 齊一性(homogeneity)檢定。
- 2) 獨立性(independence)檢定。

2. X, Y, Z 為隨機變數，試證明下列各問題：

- 1) 證明 $\text{var}(X) = E(X^2) - (EX)^2$; 3%
- 2) $Y = X + Z$. 證明 $\text{var}(Y) > \text{var}(X)$ if $\text{cov}(X, Z) = 0$. 4%
- 3) $X \sim N(\mu, \sigma^2), Y \sim N(\nu, \tau^2)$ 則 $aX + bY$ 之分配為何? 3%
- 4) 以普通最小平方法(OLS)作迴歸得: $Y = a + bX + \varepsilon; X = c + dY + u$. 證明

如果 $\frac{\text{var}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X)}\sqrt{\text{var}(Y)}} = 1$ 則 $b = 1/d$. 10%

3. 大通公司在 f、g、h 三個工廠生產汽車，在 f 廠每生產 1000 部會有 20% 有問題，在 g 廠每生產 2000 部會有 10% 有問題，在 h 廠則每生產 3000 部會有 5% 有問題，現您從經銷商購得一汽車，f, g, h 分別表示該車是由各該廠生產，d 表示所購得汽車為一問題車，求下列機率。

- 1) $P(f | h^c)$, h^c 為 h 之餘集合(complement)。
- 2) $P(d | h^c)$ 。
- 3) $P(d)$ 。
- 4) $P(f | d)$ 。(各 5%)。

(背面仍有題目,請繼續作答)

4. 某工廠為評估一新的生產技術，找了 15 位員工作試驗，記錄其使用舊技術與新技術在產量的差異，所得資料(假設為常態分配)如下：

	員 工														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
新技術	70	80	72	76	76	76	72	78	82	64	74	92	74	68	84
舊技術	68	72	62	70	58	66	68	52	64	72	74	60	74	72	74
差	2	8	10	6	18	10	14	26	18	-8	0	32	0	-4	-10

令 u_1 與 u_2 分別為新舊技術下之平均生產量。

- 1) 求 $u_1 - u_2$ 之 95% 信賴區間。 6%
- 2) 新技術是否提高生產量? 6%
- 3) 假設上表使用新、舊技術之員工分別來自不同廠，同一時間作比較，則在檢定上有何不同? 請以文字具體說明。 8%

T-分配右尾百分點	α	
d.f.	0.05	0.025
14	1.761	2.145
15	1.753	2.131

5. 1) 設 $D = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$ ，求 b_0 與 b_1 使 D 值最小化。 15%
- 2) 設 X 為常態分配，今抽出 50 個觀察值，其平均數為 100，變異數為 25，則平均數 \bar{X} 之分配為何? 5%