

一、已知 A, B 兩事件的機率如下： $P(A \cap B) = 0.18$, $P(A \cap B^c) = 0.12$, $P(A^c \cap B) = 0.42$, 求(a) $P(A \cup B)$, (b) $P(A^c \cup B^c)$, (c) $P(A^c \cap B^c)$, (d) A, B 是否為互斥事件, 為什麼? (e) A, B 是否為獨立事件, 為什麼?。(20%)
註： A^c 表示 A 的餘事件(complement event)。

二、假設一個二進位數字由個 8 位元所組成, 對於任何一個位元而言, 其值為 0 的機率為 0.8, 求(a)可產生多少個不同的數字, (b)恰好有 3 個位元為 0 的數字有幾個, (c)出現數字為 10011100 的機率為何, (d)數字中恰好有 3 個位元為 1 的機率為何。(20%)

三、有一電視節目之猜獎遊戲如下: 有三道門, 只有其中一道門後面有獎品, 主持人知道獎品在那個門後, 如果你猜對了在那個門後有獎品, 就可得到該獎品。在你猜了其中一道門後, 主持人會打開另一個沒有獎品的門, 然後詢問你是否要更換你原來所選的那道門, 在想得到該獎品的前提下, 請問你是否要更換你原來所選的那道門, 為什麼?(10%)

四、求矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 之行列式值及其反矩陣。(10%)

五、求矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ 的特徵值與特徵向量, 並求 e^{At} 。(20%)

六、 $A^3 = \begin{bmatrix} 83 & 84 \\ 42 & 41 \end{bmatrix}$, 求 A^{10} 。(20%)