

可使用簡單計算機計算

1. 依據統計某打字員每小時打 600 個字, 若其錯字的分佈是卜瓦松分配, 平均每小時打錯的字是 3 個字, 試問

(1) 在隨機抽取過去一小時內所打的字, 則

- (A) 都沒有錯字的機率是多少?
- (B) 剛好有 3 個錯字的機率是多少?
- (C) 超過 6 個錯字的機率是多少?

(2) 如果此打字員打了 8 小時, 試問大約平均有多少錯字? 而其錯字分佈的標準差是多少? 超過 15 個錯字的機率是多少?

(3) 如果此打字員打了 300 個小時其每一小時錯字的分佈如下

錯字字數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
小時數	15	46	68	66	50	30	16	6	2	1

即有 15 小時數沒有錯字, 46 小時有一個錯字等等,

試問此打字員每小時錯字分佈是否為卜瓦松(Poisson)分配?

($\alpha=0.05$)

(20%)

2. 如果某次考試有 4000 人參加, 成績 x 呈常態分配, 已知母體第 2 及第 3 四分位 $Q_2=63.25, Q_3=72.31$. 求

- (1) 母體平均數 $\mu=?$
- (2) 標準差 $\sigma=?$
- (3) 第 1 四分位 $Q_1=?$
- (4) 約有多少學生成績高於 80 分?

(16%)

3. 設由已知標準差 $\sigma=2$ 的常態母體, n 個抽樣本, 做母體平均數

μ 的檢定 $H_0: \mu=30$ 對 $H_1: \mu < 30$. 若顯著水準定為 $\alpha=0.05$, 且要求在 $\mu=29$ 時其檢定力 $=0.99$. 試問樣本數 n 至少應是多少? (8%)

(背面仍有題目, 請繼續作答)

4. 浩仁、譽仁兩兄弟比賽射箭兩次，每次射 30 支，結果如下：

	第一次射中靶心次數	第二次射中靶心次數
浩仁	16	18
譽仁	10	12

- 試問：(1) 只看第一次結果，浩仁射中靶心比例是否顯著高於 0.5?
($\alpha=0.05$)
(2) 只看第一次結果，兩人射中靶心比例有無顯著差異?
($\alpha=0.05$)
(3) 合併兩次計算，浩仁是否顯著高於譽仁? $\alpha=0.05$. (12%)

5. 某公司有甲乙丙三家紙廠，每廠每天生產紙產量合乎常態分配，吾人分別由甲乙丙三家紙廠隨機抽取 10 天、7 天及 8 天的紙產量得如下之資料：

	樣本數	紙產量之樣本平均數	樣本變異數
甲廠	10	26.5	8.5
乙廠	7	18.7	7.5
丙廠	8	22.6	7.8

- (1) 求此公司平均每天的紙產量是多少?
(2) 檢定甲乙兩廠每天紙產量變異數是否相等? $(\alpha=0.05)$
(3) 設甲乙兩廠生產紙產量變異數相等
檢定甲乙兩廠的平均每天紙產量是否相等? $(\alpha=0.05)$
(4) 檢定甲乙丙三廠每天紙產量的變異數是否相等? $(\alpha=0.05)$
(5) 檢定甲乙丙三廠每天紙產量的平均數是否相等? $(\alpha=0.05)$
(設三廠生產紙量變異數相等) (20%)

6. 如果某城市共有 100 萬成年人, 男女各半. 男生的身高分佈是呈常態分配 $N(172, 100)$, 女生的身高分佈是 $N(160, 100)$.
試問(1) 隨機從此城市抽取一人, 問抽到的身高低於 165 公分的機會是多少?
(2) 如果抽到的成年人身高是低於 165 公分, 則此人是男生的機會有多少?
(3) 如果某人身高是 165 公分, 試問此人是男生的機會大或是女生的機會大? 為什麼? (12%)

7. y 對 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 做複迴歸, 模式為
 $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5$ (A)
得到下列部分 ANOVA 表

變異來源	自由度 DF	平方和 SS	均方和 MS	F
迴歸				
殘差		200		
總差	45	230		

- (1) 請將上面的 ANOVA 表完成.
(2) 試問 R 平方=? 並在 $\alpha = 0.05$ 下檢定 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ 是否顯著?
(3) 若 y 對 x_2, x_3, x_4, x_5 做複迴歸得殘差平方和為 $SSE = 210$, 試問對模式(A)中檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ 是否顯著? ($\alpha = 0.05$) (12%)

(背面仍有題目, 請繼續作答)

注意:未寫明演算過程者不予計分

1. Find the following values, if exist.

(30%)

(a) $\int_{-1}^5 |x^2 - 3| dx$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a^{1/n} - 1)$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x^2})^x$

(d) $\int_0^{\infty} \frac{\sin u}{u} du$

(e) $\int_0^{\pi} e^{2x} \cos x dx$

(f) $\int_1^e \sin(\ln x) dx$

2. Determine whether the given series converges or diverges.

(10%)

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \sin(\frac{\pi}{k})$

3. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following y .

(10%)

(a) $y = \frac{\sqrt{1+x^2}(3x+2)^3}{\sqrt[3]{x^2(x+1)}}$

(b) $y = \int_{\ln x}^{x^2} \cos^3 t dt$

4. Prove that all normals to the curve $x^2 + y^2 = a^2$ pass through the origin.

(10%)

5. Find the area bounded by the graphs of the equations $3y - x = 6$, $x + y = -2$ and $x + y^2 = 4$. (10%)

6. Find the length of the graph of $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ from $(0, 1)$ to $(\ln 2, 5/4)$.

(10%)

7. Is the function

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

continuous at $(0, 0)$?

(10%)

8. Let Ω be the region bounded by $x = 1$, $y = 0$, and $y = x$. Evaluate $\iint_{\Omega} \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{3/2}} dx dy$. (10%)