國立成功大學
110學年度碩士班招生考試試題

編　號：263

系　所：體育健康與休閒研究所

科　目：運動生物力學

日　期：0203

節　次：第 3 節

備　註：不可使用計算機

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。　請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

基本知識 Basic Knowledge（如果你已熟悉向量運算和微積分，可直接開始答題）：

假設一固定於地球的座標系（使用卡氏座標系）的三個方向為$\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$。這三個方向彼此互相垂直，且皆為量值=1的單位向量。對於一般量值不為1的向量，**這裡會加上底線代表是向量。**

若已知向量 $\underline{a}$ 的三個分量（分別為 $a_1, a_2,$ 和 a_3），即 $\underline{a} = a_1\hat{x} + a_2\hat{y} + a_3\hat{z}$。向量 $\underline{a}$ 的量值（以$|\underline{a}|$的符號表示）為，$|\underline{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$。與之類似，若向量 $\underline{b} = b_1\hat{x} + b_2\hat{y} + b_3\hat{z}$，則其量值$|\underline{b}| = \sqrt{(b_1)^2 + (b_2)^2 + (b_3)^2}$。

所謂兩向量的內積，是其相對應的分量乘積的總合，為一純量。例如 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的內積（符號為 $\underline{a}\cdot\underline{b}$），即為 $\underline{a}\cdot\underline{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$。此內積純量也可以用另一種方式求出，即$|\underline{a}||\underline{b}|(\cos\theta)$。這裡的 θ 為兩向量間的夾角。

所謂兩向量 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的外積（其結果為向量，符號為 $\underline{a}\times\underline{b}$），定義為：

$$\underline{a}\times\underline{b} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2)\hat{x} + (a_3b_1 - a_1b_3)\hat{y} + (a_1b_2 - a_2b_1)\hat{z}$$

另一種求外積的方式為分別求出其量值和方向。即 $\underline{a}\times\underline{b}$ 的量值為$|\underline{a}\times\underline{b}| = |\underline{a}||\underline{b}|(\sin\theta)$。而方向（量值=1）為依據右手定則，同時垂直於 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的方向。這裡的右手定則，是指當右手的四指先指向 $\underline{a}$，再朝的 $\underline{b}$ 的方向卷曲，則此時拇指的方向即為所求的方向。此外，卡氏座標系的三個方向有這樣的特性：$\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z}$，$\hat{y}\times\hat{z}=\hat{x}$；$\hat{z}\times\hat{x}=\hat{y}$。

微分基本概念：假設 f 為 x 的函數，即 f=f(x)。通常這些函數 f(x)和 g(x),可以簡寫成 f 和 g。所謂 df/dx，即 f 對 x 的微分，定義為當 h 趨近 0 時，(f(x+h)-f(x))/h 的值。從定義可證明 $dx^n/dx = nx^{n-1}$; dsin(x)/dx = cos(x); dcos(x)/dx = -sin(x); d*ln*x/dx=1/x; $de^x/dx = e^x$；還有一些常用公式如 product rule: d(fg)/dx = (df/dx)g + f(dg/dx), 即把兩函數的乘積微分，等於前者的微分乘以後者，加上後者的微分乘以前者； chain rule: 若 f=f(x)且 x=x(t)，則 df/dt = (df/dx)(dx/dt)，即 f 對 x 的微分乘以 x 對 t 的微分。

積分基本概念：∫ f(x)dx = F(x)+C, 這裡的 F 為 f 的反導數，即 dF/dx = f, 而 C 為常數。例如 $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C$。若積分符號有上下標，例如從 x=a 積分到 x=b，則積分的結果為 F(b)-F(a) （不需再加上常數 C）。假設 u 和 v 皆為 x 的函數，則 ∫ udv = uv – ∫ vdu (分部積分)。

正式的題目從這裡開始 Formal exam questions start from here.

選擇題，每題 5 分

1. 以下何者不屬於牛頓三大定律？A. 慣性定律（靜者恆靜，動者恆動）。B. 施於物體的合力對於物體質量乘以加速度。C. 作用力與反作用力定律。D. 能量守恆定律。
2. 高爾夫球面上有很多小洞，主要的作用是? A. 讓球飛更遠。B. 減低重量。C. 美觀。D. 增加跟球桿的摩擦力。
3. 打撞球時，球與球的碰撞通常會因為摩擦而產生熱能，故符合的是 A. 動量守恆。B. 動能守恆。C. 以上皆是。D. 以上皆非。
4. 球拍的恢復係數大，代表 A. 使用起來有助於疲勞恢復。B. 與球碰撞後的相對速度除以碰撞前的相對速度所得的值較大。C. 球拍的拍床形變後可快速恢復原狀。 D. 以上皆非。

5. 運動生物力學的研究大致上有兩大目標：提升運動表現，與降低傷害發生。通常這兩個目標 A. 可同時達成。B. 彼此相違背。C. 兩者並不相干。D. 以上皆非。
6. 若物體由幾個部分組成。則關於其質心(center of mass, COM)的敘述，以下何者為非？ A.，可先求出各部分的質心位置，再求整體質心位置。B. 整體質心位置與各部位的質量有關。C. 質心位置位於物體內部。D. 以上皆非。

計算題

1. (10%) If $f(x)= e^x\cos(x)$, then what is df/dx ?　If $g(x)=4\sin(x)+x^3$, and $x=\ln t$, then what is dg/dt = ?
2. (15%) Suppose f(t) is defined for positive values of t. The Laplace transform of f(t), denoted as $\mathcal{L}\{f(t)\}$, is defined as:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$$

That is, after the transform, f(t) becomes a new function F which is a function of variable s.

Show that $\mathcal{L}\{ e^{at} \} = \frac{1}{s-a}$, and $\mathcal{L}\{ t^n \} = \frac{n!}{s^{n+1}}$ (where n is a positive integer). Note: To calculate $\mathcal{L}\{ t^n \}$, you can first calculate $\mathcal{L}\{ t \}$.

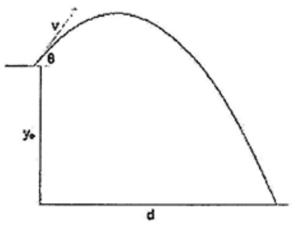
3. (15%)A ball (with mass=m) is dropped from height=H with zero initial velocity. Suppose the gravitational acceleration is $-g\hat{y}$ (which means $\hat{y}$ is the upward direction). The air resistance is negligible.

3.1 Based on Newton's second law, we get the equation of motion: $-mg = m(d^2y/dt^2)$. That is, $d^2y/dt^2 = -g$. Based on the knowledge of function integration and the given initial conditions, find the ball's position after time T (by assuming the ball has not touched the floor yet).

3.2 Similar to problem 3.1, write down the equation of motion for existing air resistance that is in proportion to ball velocity (with the coefficient b).

3.3 Solve problem 3.2. That is, first find the expression of v (=dy/dt) as a function of t, and then find y(t).

4. (15%) You try to throw a ball as far as possible. Suppose the release height, angle, and initial speed are y_0, θ, and v, respectively. The range (horizontal distance between the position at release and at landing) is d. Assume the magnitude of gravitational acceleration = g, and air resistance can be ignored.



4.1 If y_0=0, please show that the range d= 2vcosθvsinθ/g = v^2sin(2θ)/g.

4.2 In general y_0 is NOT 0. Please express the range d as a function of v, θ, and y_0.

4.3 假設這顆球質量為m，位置是r（從初始點O到球心的位置向量），速度是v ，則這顆球以O為參考點的角動量H 定義為其位置向量和線動量的外積，即H = r× L = r×(m v) = m r× v 。請計算此球在時間為T時候的角動量（以O為參考點）。

5. (15%) A ski jumper (mass = m) is inclined at angle θ to the horizontal line. He leaves the starting gate at negligible velocity, and reaches the speed v after time T. Suppose the gravitational acceleration is -g$\hat{y}$. The air resistance is negligible.

5.1 Determine the kinetic coefficient between the skies and the track.

5.2 At time=T, he is R meters before the end of the track and is about to perform upward movement for final takeoff. Suppose his tangential speed at time=T is v_t and the inclined angle is φ (which remained a constant until the end). Suppose the kinetic coefficient is a constant throughout the track. What is his tangential speed at takeoff?

5.3 Suppose he applies a constant force F perpendicular to the track. What is his takeoff speed normal to the track?