

國立成功大學

112學年度碩士班招生考試試題

編 號：256

系 所：數據科學研究所

科 目：統計學

日 期：0206

節 次：第 1 節

備 註：不可使用計算機

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

- (5%)當 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{20}$ 是一組隨機樣本，請問(1)(2%) $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{10}$ 算不算是一組隨機樣本，原因? (2) (3%)若把 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{20}$ 依大小排列，取前 10 名，請這樣算不算一組隨機樣本，原因?
- (10%)令 x_1, x_2, x_3, x_4 是一組隨機樣本觀察值。令 Y 表示從 $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 中隨機任取一數 (取完再放回) 所得的隨機變數 (1) (5%) 請寫出 Y 的 cumulative distribution function (cdf). (2) (5%) 今觀察到 $x_1=1.5, x_2=0, x_3=-0.5, x_4=1$ ，請寫出 x_1, x_2, x_3, x_4 的 empirical CDF.
- (10%)令 $f(x)$ 代表一個 probability density function (pdf). 令 $g(x)=(f(x)+f(-x))/2$. (1) (5%) 請問 $g(x)$ 是不是一個 pdf? 原因為何? (2) (5%) 若 $g(x)$ 代表一母體的分布，其母體平均為何?
- (10%)民俗中常用茭杯請問祖先或神祉是否同意，由兩片木製的半圓形，陽面為平面，陰面為凸面。擲出一陰一陽則取得同意。(1) (5%) 假設兩個茭杯出現陽面的機率都是 $1/2$ ，請問取得同意的擲茭期望次數為何? (2) (5%) 假設一個茭杯出現陽面的機率是 $1/2$ ，另一個出現陽面的機率是 $3/4$ ，請問取得同意的擲茭期望次數為何?
- (10%)令 X_1, X_2, X_3 為三個相同分布且獨立的柏努利隨機變數 Bernoulli $(1, 0.5)$ 。(1) (5%) 求兩個統計量:平均數和眾數的抽樣分布。(2) (5%) 求平均數和眾數這兩個統計量的期望值和變異數。
- (15%)Covid-19 致死率平均大約 0.2%。過去三個月 A 醫院和 B 醫院因 Covid-19 住院的死亡和存活人數表

	A 醫院	B 醫院	總計
住院死亡人數	120	20	140
住院存活人數	2880	980	3860
總計	3000	1000	4000

(1)(5%)請比較 A 醫院和 B 醫院因 Covid-19 住院的死亡率。(這裡並沒有問如何進行檢定)。如果依照你的計算，你會建議 Covid-19 病患到哪一間醫院住院，原因為何?

(2) (5%)已知年齡長者有多慢性疾病狀況，今將資料表加入年齡考慮，分 60 歲以上和以下。

	年齡低於 60 歲		年齡高於 60 歲	
	A 醫院	B 醫院	A 醫院	B 醫院
住院死亡人數	10	10	110	10
住院存活人數	880	880	2000	100
總計	890	890	2110	110

請比較 A 醫院和 B 醫院因 Covid-19 住院的死亡率。(這裡並沒有問如何進行檢定)。如果依照你的計算，你會建議 Covid-19 病患到哪一間醫院住院，原因為何?

(3) (5%)經過(1)和(2)的分析，這個問題提醒我們在比較分析時應注意什麼?

7. (20%)LED 的使用日漸普遍，如車燈、家用照明、面板背光。壽命長度是 LED 重要的品質指標之一。一有家大廠進行 LED 壽命測試，研究三種材料(Material, 1, 2, 3)在三個溫度(Temperature, 15, 70, 125 度)下的 LED 壽命(單位 10 天)。假設本實驗採取完全隨機畫設計，該廠工程師先使用迴歸分析(regression)。

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	134.5000	11.4717	11.725	4.03e-13 ***
Material2	25.1667	12.0590	2.087	0.04494 *
Material3	41.9167	12.0590	3.476	0.00149 **
Temperature	-0.7333	0.1096	-6.689	1.50e-07 ***

--

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 29.54 on 32 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.6404, Adjusted R-squared: 0.6067

(1) (5%)請寫出迴歸分析的數學模型，請寫清楚解釋應變數和自變數的定義。

(2) (5%)請說明 Material2 的估計方法，並解釋估計量 25.1667 的意義。

(3) (5%)請解釋 Temperature 的估計量-0.7333 的意義。

(4) (5%)請列出 Adjusted R-squared 的計算公式與 0.6067 意義。

8. (20%) 承上一題，該廠工程師決定接續使用兩因子變異數分析(anova)。

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Material	2	10684	5342	7.911	0.00198 **
Temperature	2	39119	19559	28.968	1.91e-07 ***
Material:Temperature	4	9614	2403	3.560	0.01861 *
Residuals	27	18231	675		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

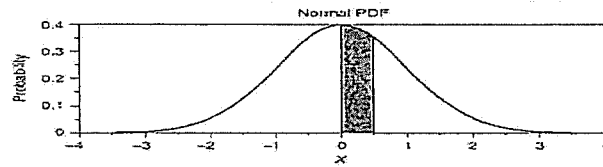
(1) (5%)請寫出變異數分析的數學模型，請寫清楚解釋模型符號的定義。

(2) (5%)說明 Material:Temperature 這項 $Pr(>F)=0.01861$ 所代表的意義。

(3) (5%)迴歸分析和變異數分析中對 Temperature 這個變項的分析方式有何不同?

(4) (5%) $Pr(>F)$ 的計算需要那些資料的假設? 如果假設錯誤如何進行檢定?

表一.標準常態分佈表



Area under the Normal Curve from 0 to X

X	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34849	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41308	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42785	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997
4.0	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49997	0.49998	0.49998	0.49998	0.49998

表二. 卡方分布分位數表

TABLE VII Continued

Degrees of Freedom	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882