

1. 簡答題 (請判別下列子題所述之真偽, 計分方式為 (i) 若所述為真, 則答 "同意所言" 即得滿分 (ii) 若所述為偽, 則應說明理由才得滿分 (iii) 答錯倒扣一半 (iv) 不答以零分計)

(A) 梁承受 Pure bending 時, 梁斷面在變形前為平面的, 變形後仍維持平面, 此性質與梁的材料組成, 即材料為彈性或塑性等, 無關。 (5%)

(B)

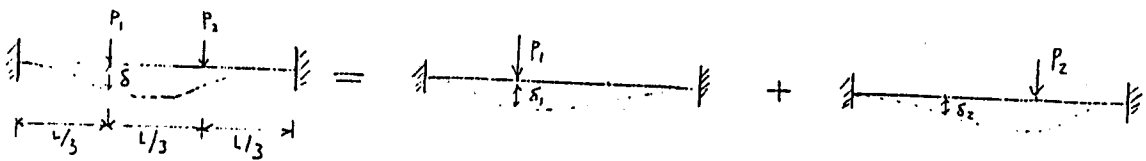


圖 1-a  
( $\delta, U$ )

圖 1-b  
( $\delta_1, U_1$ )

圖 1-c  
( $\delta_2, U_2$ )

欲求圖 1-a 線彈性結構物之變位  $\delta$  及梁內之應變能  $U$ , 吾人可利用合成原理, 即分成圖 1-b 及圖 1-c 之形式, 分別求得  $P_1$  及  $P_2$  作用下之位移及應變能, 然後將之相加即得, 即

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

(5%)

(c)

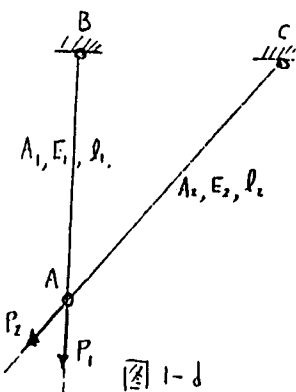


圖 1-d

左圖之線彈性桁架之總應變能為

$$U = \frac{P_1^2 l_1}{2E_1 A_1} + \frac{P_2^2 l_2}{2E_2 A_2}$$

由卡式定理 (Castigliano's Thm) 知

$$\delta_1 = \frac{\partial U}{\partial P_1} = \frac{P_1 l_1}{E_1 A_1}$$

$$\delta_2 = \frac{\partial U}{\partial P_2} = \frac{P_2 l_2}{E_2 A_2}$$

故 A 點之變位可由平面向量加法之原理求得, 即圖 1-e 所示之向量  $\vec{AA'}$  即為 A 點之變位。 (5%)

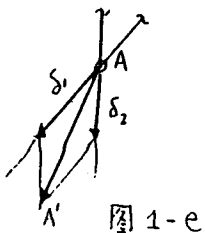


圖 1-e

2.

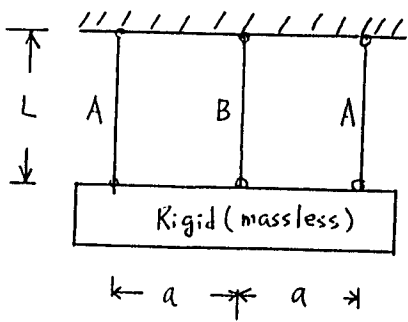


圖 2-a

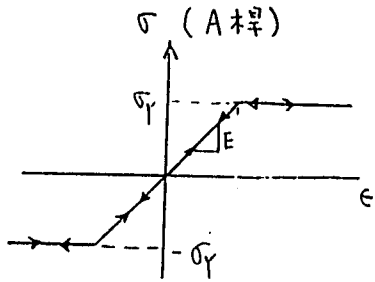


圖 2-b

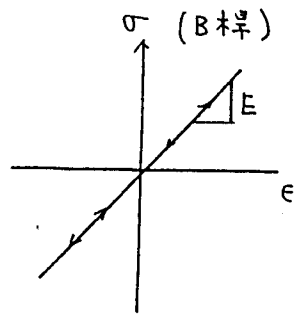


圖 2-c

三根桿件與一無重量的剛體在溫度  $T=0$  時安裝成如圖 2-a 之形式，此時三桿件均無應力存在，假設已知

$$\alpha_A = \alpha, \quad \alpha_B = 2\alpha \quad (\alpha: \text{熱膨脹係數})$$

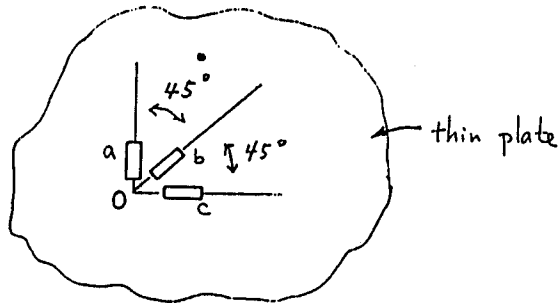
$$E_A = E_B = E \quad (E: \text{楊氏係數})$$

$$A_A = A_B = A \quad (A: \text{斷面積})$$

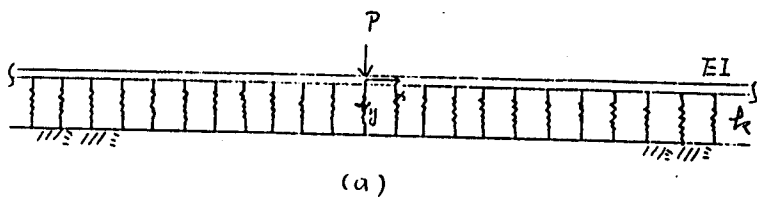
且 A, B 兩桿之應力應變曲線分別如圖 2-b 及圖 2-c 所示(均為彈性)。

- (A) 今將溫度升高，請求出當 A 桿之應力達  $\sigma_y$  時之溫度  $T = T_y = ?$  (5%)
- (B) 當  $T = 2T_y$  時，請求出 A, B 桿之應力，並求出此時剛體之垂直位移。 (10%)
- (C) 假設溫度由  $T = 2T_y$  降至  $T = 0$ ，請求此時 A, B 桿之應力 (5%)

3. 如圖所示,有一薄板(thin plate)中 O 點之三個方向的應變分別量得  $\epsilon_a = 2 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_b = 1.35 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_c = 0.95 \times 10^{-3}$ 。如假設此薄板為均質、均向彈性材料,其楊氏係數  $E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$ , 柏松比  $\nu = 0.3$ 。試求
- (a) O 點之主應變(principal strains)。 7%
- (b) O 點之主應力(principal stresses)。 7%
- (c) O 點之最大剪應力(maximum shear stresses)。 6%
- 將所有結果以正確之旋轉元素(oriented element)表示。



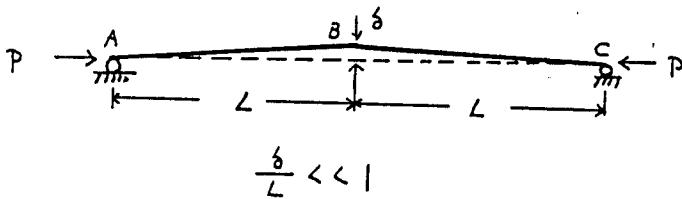
4. 在工程設計上,常將鐵軌或管線模擬為樑在彈簧基礎之模式。
- (a) 如圖(a)所示,假設一鐵軌模擬為無限長樑,其剛度為  $EI$ , 基礎之彈簧常數為  $k$ 。試詳述一切必須之假設,推導此系統之控制方程式。 7%
- (b) 如假設圖(a)之樑承受一集中載重  $P$ , 試求此樑之變位與彎矩。 8%



5. 如圖所示之樑，其長度為  $2L$ ，剛度為  $EI$ ，中間有一微小初始變形  $\delta$  ( $\delta/L \ll 1$ )。如  $AB$  段與  $BC$  段皆為直線，且有一軸向壓力  $P$  作用於此樑。

(a) 試推導此系統之控制方程式。7%

(b) 試求  $B$  點之變位。8%



6. 如圖所示，假設有一懸臂樑，長度為  $100''$ 。如已知端點載重  $P = 300 \text{ lb}$  所造成之端點變位為  $1''$ 。

(a) 試求此懸臂樑之 Euler buckling load。8%

(b) 試討論軸向壓力對此懸臂樑端點變位之影響。(例如：是否軸向壓力不易產生變位?) 2%

