

1. 簡答題 (請判別下列子題所述之真偽, 計分方式為 (i) 若所述為真, 則答 "同意所言" 即得滿分 (ii) 若所述為偽, 則應說明理由才得滿分 (iii) 答錯倒扣一半 (iv) 不答以零分計)

(A) 梁承受 pure bending 時, 梁斷面在變形前為平面的, 變形後仍維持平面, 此性質與梁的材料組成, 即材料為彈性或塑性等, 無關。 (5%)

(B)

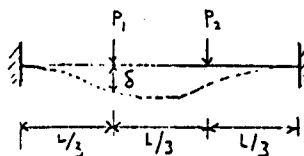


圖 1-a

(δ , U)

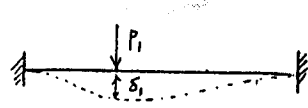


圖 1-b

(δ_1 , U_1)

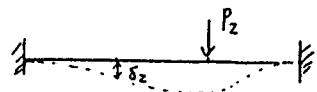


圖 1-c

(δ_2 , U_2)

欲求圖 1-a 線彈性結構物之變位 δ 及梁內之應變能 U , 吾人可利用合成原理, 即分成圖 1-b 及圖 1-c 之形式, 分別求得 P_1 及 P_2 作用下之位移及應變能, 然後將之相加即得, 即

$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

(5%)

(c)

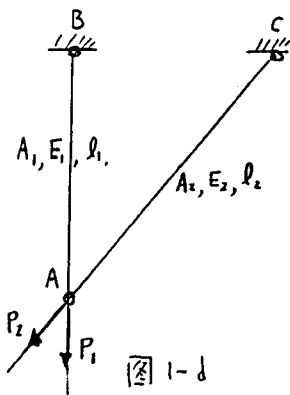


圖 1-d

左圖之線彈性桁架之總應變能為

$$U = \frac{P_1^2 l_1}{2E_1 A_1} + \frac{P_2^2 l_2}{2E_2 A_2}$$

由卡式定理 (Castigliano's Thm) 知

$$\delta_1 = \frac{\partial U}{\partial P_1} = \frac{P_1 l_1}{E_1 A_1}$$

$$\delta_2 = \frac{\partial U}{\partial P_2} = \frac{P_2 l_2}{E_2 A_2}$$

故 A 點之變位可由平面向量加法之原理求得, 即圖 1-e 所示之向量 $\vec{AA'}$ 即為 A 點之變位。 (5%)

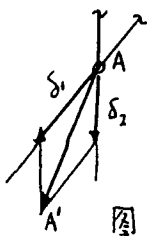


圖 1-e

2.

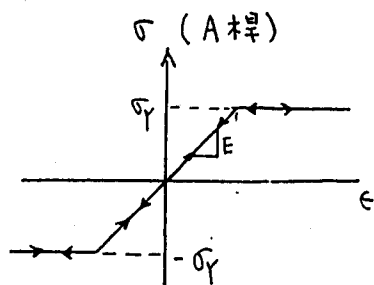
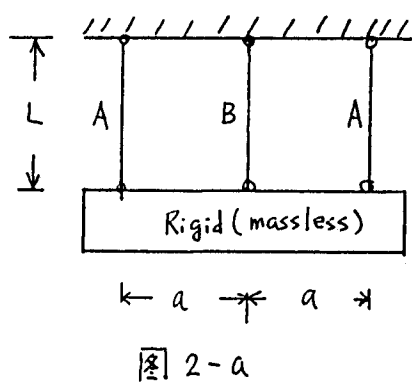


图 2-b

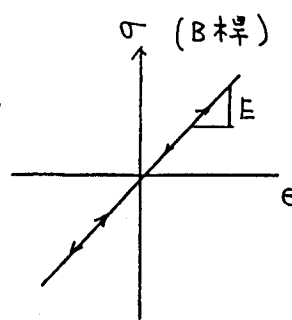


图 2-c

三根桿件與一無重量的剛體在溫度 $T=0$ 時安裝成如圖 2-a 之形式，此時三桿件均無應力存在，假設已知

$$\alpha_A = \alpha, \quad \alpha_B = 2\alpha \quad (\alpha: \text{熱膨脹係數})$$

$$E_A = E_B = E \quad (E: \text{楊氏係數})$$

$$A_A = A_B = A \quad (A: \text{斷面積})$$

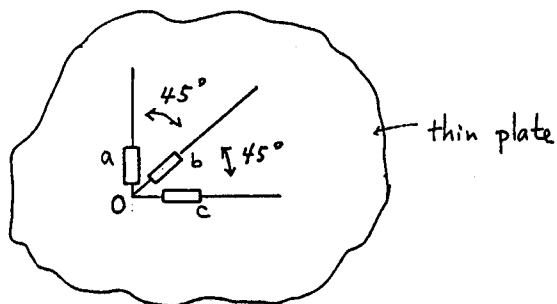
且 A, B 兩桿之應力應變曲線分別如圖 2-b 及圖 2-c 所示(均為彈性)。

(A) 今將溫度升高，請求出當 A 桿之應力達 σ_y 時之溫度 $T = T_y = ?$ (5%)

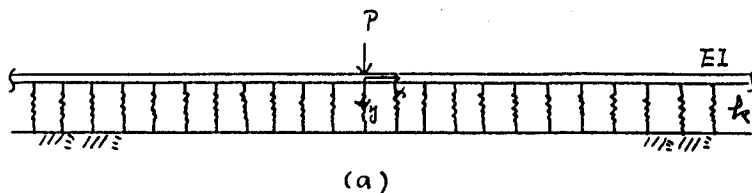
(B) 當 $T = 2T_y$ 時，請求出 A, B 桿之應力，並求出此時剛體之垂直位移。(10%)

(C) 假設溫度由 $T = 2T_y$ 降至 $T = 0$ ，請求此時 A, B 桿之應力(5%)

3. 如圖所示,有一薄板(thin plate)中 O 點之三個方向的應變分別量得 $\epsilon_a = 2 \times 10^{-3}$, $\epsilon_b = 1.35 \times 10^{-3}$, $\epsilon_c = 0.95 \times 10^{-3}$ 。如假設此薄板為均質、均向彈性材料,其楊氏係數 $E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$, 柏松比 $\nu = 0.3$ 。試求
- (a) O 點之主應變 (principal strains)。 2%
- (b) O 點之主應力 (principal stresses)。 2%
- (c) O 點之最大剪應力 (maximum shear stresses)。 6%
- 將所有結果以正確之旋轉元素 (oriented element) 表示。

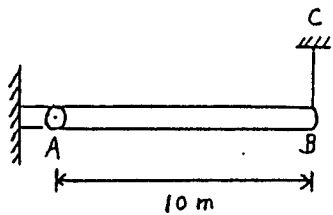


4. 在工程設計上,常將鐵軌或管線模擬為樑在彈簧基礎之模式。
- (a) 如圖(a)所示,假設一鐵軌模擬為無限長樑,其剛度為 EI , 基礎之彈簧常數為 k 。試詳述一切必須之假設,推導此系統之控制方程式。 2%
- (b) 如假設圖(a)之樑承受一集中載重 P , 試求此樑之變位與彎矩。 8%

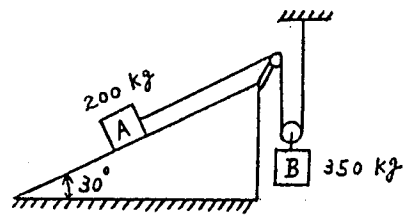


5. 如圖(一)所示, 有一 10 m 長之均勻棒, 其重量為 980 N, 一端鉸接於 A 點, 另一端則以 BC 細長繩連接於 C 點, 請問當此細長繩被切斷後 1 秒時, A 端之反力為何? (15%)

6. A, B 兩塊狀物, 其質量分別為 200 kg 及 350 kg. 設此二物體以細長繩及滑輪連接如圖(二)所示, 且開始時, A, B 為靜止狀態, 在忽略滑輪之質量效應, 且不計摩擦阻力情況下, 請問當 A 移動 3 m 時, 其速度為何? 而此細長繩所受之張力又為何? (15%)



圖(一)



圖(二)