1. 一單擺在微小擺動情況下之控制方程式為

(16%)
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2k\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

式中 θ 為擺動之微小角度，l 為擺長，g 為重力加速度，k 表擺動之阻抗係數。若 $\theta(0)=0$，$\dot{\theta}(0)=1$，試決定当 $t>0$ 時擺動之速度。

2. 已知八個点各点之座標為

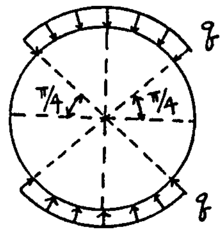
(17%)

A : (2, 0, 1) , B : (3, -1, 3)
C : (3, 1, 1) , D : (2, 2, -1)
E : (2, 1, 4) , F : (2, 3, 2)
G : (1, 4, 0) , H : (1, 2, 2)

(a) 試決定平行四邊形 ▱ABCD 之法線方向。
(b) 試決定 ▱ABCD 在 xy 平面之投影面積。
(c) 試決定此平行六面体之体積。

3. 一半徑為 a 之圓盤受力作用，試將此外力分佈以 Fourier 級數表示。

(17%)



4. (a) 已知 $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{1-e^{-as}}\right)$, $(s>0,\ a>0)$, 將括号内之項次以級數展開, 以求 $f(t)$, 並作其图形。

(17%)

(b) 若 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{G(s)}{(s+a)^2}$, 其中 $G(s) = \mathcal{L}\{G(t)\}$, 試求 $f(t)$。

5. 已知長度為 ℓ 之懸臂樑在 $x=a$ 处受集中力 P 之撓度為

(17%)

$$y(x) = \begin{cases} \frac{Px^2}{6EI}(3a-x), & 0 \le x \le a \\ \frac{Pa^2}{6EI}(3x-a), & a \le x \le \ell \end{cases}$$

試利用此解, 推求當此懸臂樑各点承受均佈載重 q 時之撓度。

6. 考慮下列波動方程

(16%)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \qquad (1)$$

若令 $X = x - vt$, $Y = sy$, 可將式 (1) 变為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} = 0$$

其中 $\Phi(X, Y) \equiv \phi(x, y, t)$ 且假設 ϕ 之変化在 XY 座标上為 steady state, 試決定常數 c, v, s 間之關係。