

1. 一單擺在微小擺動情況下之控制方程式為

(16%)
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2k \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

式中 θ 為擺動之微小角度, l 為擺長, g 為重力加速度, k 表擺動之阻抗係數。若 $\theta(0)=0$, $\dot{\theta}(0)=1$, 試決定當 $t > 0$ 時擺動之速度。

2. 已知八個點各點之座標為

A: (2, 0, 1), B: (3, -1, 3)

(17%) C: (3, 1, 1), D: (2, 2, -1)

E: (2, 1, 4), F: (2, 3, 2)

G: (1, 4, 0), H: (1, 2, 2)

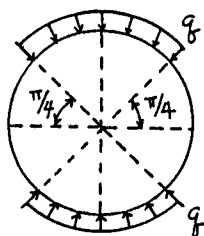
(a) 試決定平行四邊形 $\square ABCD$ 之法線方向,

(b) 試決定 $\square ABCD$ 在 xy 平面之投影面積,

(c) 試決定此平行六面體之體積。

3. 一半徑為 a 之圓盤受力作用, 試將此外力分佈以 Fourier 級數表示。

(17%)



4. (a) 已知 $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{1 - e^{-as}} \right)$, $(s > 0, a > 0)$, 將括号內
(17%) 之項次以級數展開, 以求 $f(t)$, 並作其圖形。

(b) 若 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{G(s)}{(s+a)^2}$, 其中 $G(s) = \mathcal{L}\{G(t)\}$, 試求 $f(t)$ 。

5. 已知長度為 l 之懸臂樑在 $x=a$ 處受集中力 P 之撓度為

(17%)
$$y(x) = \begin{cases} \frac{Px^2}{6EI} (3a-x), & 0 \leq x \leq a \\ \frac{Pa^2}{6EI} (3x-a), & a \leq x \leq l \end{cases}$$

試利用此解, 推求當此懸臂樑各點承受均佈載重 q 時之撓度。

6. 考慮下列波動方程

(16%)
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1)$$

若令 $X = x - vt$, $Y = sy$, 可將式 (1) 變為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} = 0$$

其中 $\Phi(X, Y) \equiv \phi(x, y, t)$ 且假設 ϕ 之變化在 XY 座標上為 steady state,

試決定常數 c, v, s 間之關係。