

1. 試求

(16%)
$$\int_C \frac{1}{\sin z} dz, \quad z = x + iy$$

其中 $C = C_1 + C_2$

$C_1: |z| = 4$, 反針向

$C_2: |z| = 1$, 順針向

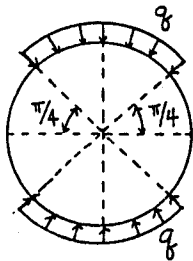
2. 已知八個點各點之座標為

- (17%)
 $A: (2, 0, 1), B: (3, -1, 3)$
 $C: (3, 1, 1), D: (2, 2, -1)$
 $E: (2, 1, 4), F: (2, 3, 2)$
 $G: (1, 4, 0), H: (1, 2, 2)$

- (a) 試決定平行四邊形 $\square ABCD$ 之法線方向,
 (b) 試決定 $\square ABCD$ 在 xy 平面之投影面積,
 (c) 試決定此平行六面體之體積。

3. 一半徑為 a 之圓盤受力作用, 試將此外力分佈以 Fourier 級數表示。

(16%)



4. (17%) (a) 已知 $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{1 - e^{-as}} \right)$, ($s > 0, a > 0$), 將括号內之項次以級數展開, 以求 $f(t)$, 並作其圖形。

(b) 若 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{G(s)}{(s+a)^2}$, 其中 $G(s) = \mathcal{L}\{G(t)\}$, 試求 $f(t)$ 。

5. 已知長度為 l 之懸臂樑在 $x = a$ 點受集中力 P 之撓度為

(17%)

$$y(x) = \begin{cases} \frac{Px^2}{6EI} (3a - x), & 0 \leq x \leq a \\ \frac{Pa^2}{6EI} (3x - a), & a \leq x \leq l \end{cases}$$

試利用此解, 推求當此懸臂樑各點承受均佈載重 q 時之撓度。

6. (17%) 考慮下列波動方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1)$$

若令 $X = x - vt$, $Y = sy$, 可將 (1) 式變為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} = 0 \quad (2)$$

其中 $\Phi(X, Y) = \phi(x, y, t)$, 且假設 ϕ 之變化在 XY 座標上為 steady state,

(a) 試決定常數 c, v, s 間之關係,

(b) 於式 (2) 中, 令 $z = X + iY$, $\bar{z} = X - iY$, 將式 (2) 以 z, \bar{z} 表示, 再解出 ϕ 與 z, \bar{z} 間之函數關係。