

1. 某一振動系統之運動方程式為

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F \sin \omega t$$

初始位移  $x(0) = 0$ ，初始速度  $\dot{x}(0) = 0$ ，試求位移  $x(t)$ 。(15%)

2. 某一週期函數的週期為  $2\pi$ ，定義如下：

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ \sin t & 0 < t < \pi \end{cases}$$

(1) 試以傅立葉級數(Fourier Series)表示  $f(t)$ 。(15%)

(2) 試求  $f(t)$  之傅立葉積分(Fourier Integral)。(5%)

3. 矩陣  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$

(1) 試求矩陣  $A$  之特徵值(Eigenvalue)和特徵向量(Eigenvector)。(10%)

(2) 試求一正交矩陣(Orthogonal Matrix)，使矩陣  $A$  對角化(Diagonalize)。(5%)

4. 試說明常態分佈(Normal Distribution)的重要性，並舉一例說明其隨機變數可以常態分佈來模擬。(10%)

5. 已知一組樣本值  $x_i, i=1, 2, \dots, n$ ，試證明樣本平均值(Sample Mean)  $\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  和

樣本變異數(Sample Variance)  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2$  分別為母體平均值  $\mu_x$  和母體變異數  $\sigma_x^2$  的不偏推定量。(20%)

6. 隨機變數  $X$  和  $Y$  之線性迴歸(Linear Regression)關係式如下：

$$Y = \alpha + \beta X$$

(1) 試以最小平方方法(Least-Square Method)推導  $\alpha$  和  $\beta$  之求算公式。(10%)

(2) 給定  $(X_i, Y_i)$  之資料如下：

X	-2.0	0.6	1.4	1.3	0.0	-1.6	-1.7	0.7
Y	-6.1	-0.5	7.2	6.9	-0.2	-2.1	-3.9	3.8

試求  $\alpha$  和  $\beta$ 。(5%)

(3) 已知  $X=0.2$ ， $Y$  的平均值加上一個標準差(Standard Deviation)為何？(5%)