

1. (25 分) 要很方便地求得任一個 12 位數整數的因數分解的方法之一，是先求出所有 1,000,000 以下的質數並存在記憶體中，供使用時快速檢索。這種作法的缺點之一是記憶體使用缺乏效率。1,000,000 以下的質數共有 78498 個。如果每個質數利用 20 個位元(bit)存放，則至少需要 $78498 \times 20 = 1,569,960$ 個位元。試設計一種方法，可以減少所使用的記憶空間，同時又可以在需要的時候，很快速地檢索。並請說明如果利用你所建議的這種方法，在求 12 位數整數的因數分解時應如何檢索這些質數。
2. (25 分) 有些資料庫需要提供頻繁的查詢功能。例如圖書館的檢索系統，可能每隔數秒就作一次查詢的動作。電腦系統常用的資料管理方法之一，是在隨機存取記憶體 (RAM) 中保存最近使用過的 n 筆資料。需要用到這 n 筆以外的資料時，則由磁碟中載入之，並用以取代隨機存取記憶體內的 n 筆資料當中，最久未被使用的一筆。試設計一種資料結構及其運作方式，可以讓系統在每次有新資料載入的時候，能有效率地找出所有 n 筆資料中最久未被使用的一筆。
3. (25 分) 有一組數據需要排序。這組數據在排序之前就已經大致（但並非完全）依所要的順序排列。試建議一種適當的排序法。
4. (25 分) 下圖所示為一個 heap。
 - (a) 請說明由 heap 中取出一個數據的程序。
 - (b) 試仿下圖繪出：由所示的 heap 中取出一個數據後，此 heap 的內容。
 - (c) 試繪出：由此 heap 中再度取出一個數據後，此 heap 的內容。

