

本試題是否可以使用計算機： 可使用， 不可使用（請命題老師勾選）

一、試回答下列各問題：(各 5 分)

- (1) 何謂中央極限定理(central limit theorem)?
- (2) 簡述機率質量函數(probability mass function)和機率密度函數(probability density function)之區別。
- (3) 簡述常態分佈(normal distribution)和對數常態分佈(lognormal distribution)之差異。
- (4) 簡述推定(estimation)和假設檢定(hypothesis testing)之區別。

二、兩個隨機變數  $X$  和  $Y$  的聯合機率密度函數如下：(各 5 分)

$$f(x, y) = xe^{-x(1+y)} \quad x \geq 0, y \geq 0$$

- (1) 試判斷隨機變數  $X$  和  $Y$  是否獨立。
- (2) 試求機率  $P(X \geq 3 \cup Y \geq 3)$ 。

三、假設  $X_1$  和  $X_2$  為獨立的兩個隨機變數，且具有一致的機率分佈型式。試舉出四種  $X_1$  和  $X_2$  的機率質量函數或機率密度函數型式，以使得總和  $Y = X_1 + X_2$  也具有相同的機率分佈型式。(10 分)

四、有一媒體針對某一議題進行電話民調，部份報導內容如下：「成功完成 1068 份樣本，95%信心水準下，抽樣誤差在正負百分之三之內。」(各 5 分)

- (1) 試問如何知悉「抽樣誤差在正負百分之三之內」?
- (2) 若此項議題贊成者有 829 份樣本，試問在相同信心水準下，實際之抽樣誤差為何?

參考數據一

標準常態分佈之 CDF,  $\Phi(z)$

$z$	1.64	1.86	1.87	1.88	1.96	2.00	2.01	2.02	2.33	2.58
$\Phi(z)$	0.949	0.969	0.969	0.970	0.975	0.977	0.978	0.978	0.990	0.995

(背面仍有題目,請繼續作答)

編號： 130 系所：土木工程學系丙組

科目：工程統計

本試題是否可以使用計算機：可使用，不可使用（請命題老師勾選）

五、某系上學期開授「工程統計」，下學期開授「工程或然率」。前一學年度有 12 位同學修畢該兩科目，成績如下： $(x$  為「工程統計」成績， $y$  為「工程或然率」成績)

$x$	86	69	75	95	75	83	71	84	94	76	67	84
$y$	80	64	76	94	70	80	73	80	94	73	72	85

假設該兩科成績為聯合常態分佈。

- (1) 試求「工程或然率」成績之樣本平均數和樣本標準差。(5 分)
- (2) 在信心水準 95% 下，試建立「工程或然率」平均成績的信心區間。(5 分)
- (3) 在信心水準 95% 下，試建立「工程或然率」成績變異數(variance)的信心上限。(5 分)
- (4) 若以某位同學的「工程統計」成績預估其「工程或然率」之平均成績如下：

$$E(Y|x) = \alpha + \beta x$$

試推定係數  $\alpha$  和  $\beta$ ，以及條件標準差  $s_{y|x}$  和判定係數  $R^2$ 。(20 分)

- (5) 本學年度某位同學考慮下學期選修「工程或然率」，試問其「工程或然率」成績不及格的機率為何？(5 分)
- (6) 本學年度另一位同學已修畢「工程統計」，成績為 67 分。他亦考慮下學期選修「工程或然率」，試問其「工程或然率」成績不及格的機率為何？(5 分)
- (7) 歷年來「工程或然率」的平均成績為 73 分，試問這 12 位同學的平均表現是否雷同於以往同學？請以假設檢定方式回答，並假設顯著水準  $\alpha = 5\%$ 。(5 分)

### 參考數據二

$t$  分佈之 CDF,  $F(t)$

$F(t)$	0.950	0.975	0.990	0.995
$t (n=10)$	1.812	2.228	2.764	3.169
$t (n=11)$	1.796	2.201	2.718	3.106
$t (n=12)$	1.782	2.179	2.681	3.055

卡方分佈之 CDF,  $F(c)$

$F(c)$	0.025	0.050	0.950	0.975
$c (n=11)$	3.82	4.57	19.7	21.9
$c (n=12)$	4.40	5.23	21.0	23.3