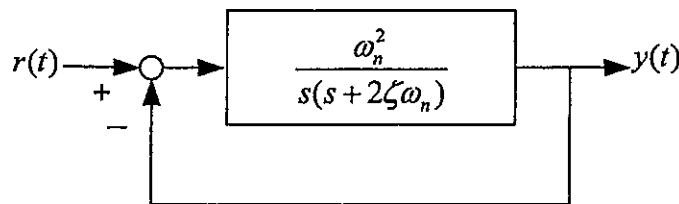


※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

※ 請依題號順序作答

1. (20 分) 考慮下列回授控制系統



當 $r(t)$ 為單位步階函數，其輸出 $y(t)$ 的峰值時間(peak time) $\leq \sqrt{2}$ sec 且最大超越量(maximum overshoot) $\leq e^{-\pi}$ 。

- (1) 求使上列步階響應成立的 ζ 範圍。(5 分)
- (2) 求使上列步階響應成立的 ω_n 範圍。(5 分)
- (3) 在 s 平面上(s -plane)，畫出使上列步階響應成立之閉迴路極點(poles)的範圍。(5 分)
- (4) 估算步階響應之超越量百分比小於 2% 時的安定時間(settling time)之範圍。(5 分)

2. (20 分) 令單位回授(unity feedback)系統之開迴路轉移函數如下：

$$G(s) = \frac{k(s+3)}{s(s^2 + s + 1)}$$

其中 k 為一未知增益。

- (1) 令 $k=1$ ，畫出 $G(s)$ 的波德圖(Bode plot)。(5 分)
- (2) 利用 Routh-Hurwitz criterion 決定使閉迴路系統穩定的 k 值範圍。(5 分)
- (3) 求使系統增益餘裕(gain margin)為 10 dB 時的 k 值。(5 分)
- (4) 求單位斜坡(unit ramp)輸入時的穩態誤差(steady state error)之可能範圍。(5 分)

3. (20 分)

- (1) 寫出相位落後補償器(phase-lag compensator)之通式。(3 分)
- (2) 由(1)求一個相位落後補償器在相位落後為最大時的頻率為何？(3 分)
- (3) 最大落後相位為何？(4 分)
- (4) 畫出相位落後補償器的電路。(10 分)

4. (20 分) 考慮下列線性系統：

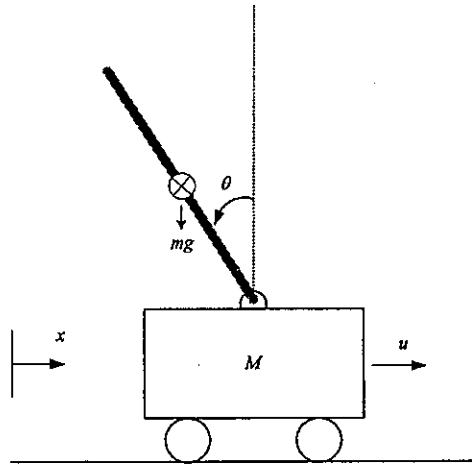
$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [4 \quad 0]$$

- (1) 對每個狀態變數以積分器畫出系統方塊圖。(4 分)
- (2) 當 $u = -[k_1 \ k_2]x$ 時，在 (k_1, k_2) 平面上，畫出使閉迴路系統穩定之 k_1 與 k_2 的範圍。(6 分)
- (3) 將上述系統表示式轉換成可控制標準式(controllability canonical form)。(10 分)

5. (20 分) 考慮下列倒單擺(inverted pendulum)系統：



其中

M = 車子的質量; m = 桿子的質量; l = 桿子的長度; x = 水平方向的位移; u = 施予車子的水平方向力

g = 重力加速度; I = 相對於桿子質心的轉動慣量 = $\frac{1}{12}ml^2$ (假設桿子的質量均勻分布，質心位於中點處)

- (1) 推導此系統動態模型。(10 分)
- (2) 將系統動態模型於平衡點 $[\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 線性化，並假設 $M=1 \text{ kg}$; $m=1 \text{ kg}$; $l=1 \text{ m}$ ，寫出線性化後系統狀態空間表示式。(5 分)
- (3) 求線性化後系統的極點為何？(5 分)