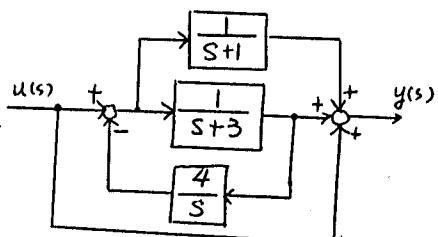


一、有一系統之狀態方程式為 $\dot{x} = Ax$, 今知當 $x(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ 時其輸出為 $x(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ -2e^{-2t} \end{bmatrix}$, 當 $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 時 $x(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ -e^{-t} \end{bmatrix}$, 試決定此系統之系統矩陣 A 及其狀態變遷矩陣 (state transition matrix). (40%)

二、設一單一回授控制系統 (unity feedback control system) 之開迴路 (open loop) 轉換函數為

$G(s) = \frac{k}{(s+2)(s+4)(s^2+6s+25)}$, (a) 試討論開迴路 (close loop) 系統之穩定度和 k 值之關係。 (b) 使開迴路產生振盪時之 k 值為何? (c) (b) 項之振盪頻率為何? (10%)

三、設一線性非隨時變之系統的方塊圖如下所示, 試回答下列問題:

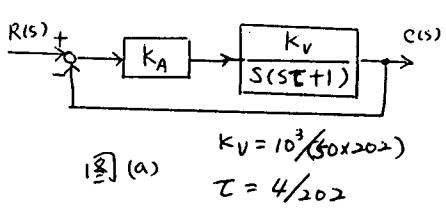


- (a) 求出此系統之動態方程式 (dynamic equation).
 (b) 求出此系統之轉換函數, $y(s)/u(s)$.
 (c) 此系統是否為完全可控制 (completely controllable).
 (d) 此系統是否為完全可觀察 (completely observable). (8%)

四、(a) 何謂邊際增益 (gain margin, GM)? (b) 何謂邊際相位 (phase margin)? (c) 邊際增益和邊際相位與系統之穩定度有何關係? (d) 設有一單一回授系統之開迴路轉換函數

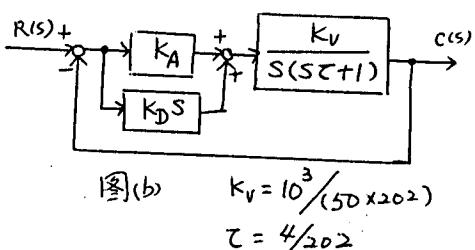
$G(s) = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$, 試以 T_1, T_2 為參數, 求出 $k(T_1, T_2)$ 及 $GM(T_1, T_2)$. 又設 $T_1 = 1, T_2 = 0.5, K = 0.75$, 試求出邊際增益之值。若此系統想要達其穩定極限 (stability limit), 則此時之 k 值為何? (2%, 2%, 2%, 6%)

五、有一位置伺服機構之控制系統, 當使用比例控制時其方塊圖如圖(a)所示, 試問



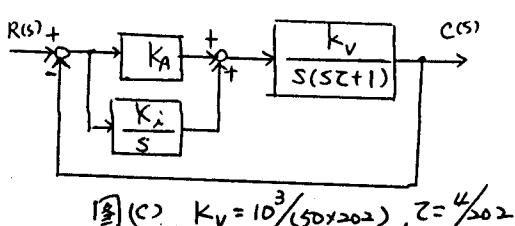
- (a) 開迴路之轉換函數為何?
 (b) 自然頻率為何? (natural undamped frequency)
 (c) 阻尼比為何? (damping ratio)
 (d) 此系統之型態 (type) 為何?
 (e) 設在單位斜坡輸入 (unit ramp input) 時想得到其穩定狀態誤差, $e_{ss} = 0.001$, 則 K_A 為多少?

若上述系統之控制器改為比例加微分 (PD) 之控制方式, 其方塊圖則如圖(b)所示, 試問:



- (f) 所加入之微分控制對系統有何影響?
 (g) 若以 (e) 所得之 K_A 為準, 當阻尼比為 0.6 時, K_D 之值為何?

若圖(a)之控制器改為比例加積分 (PI) 之控制方式, 其方塊圖則如圖(c)所示, 試問:



- (h) 加入之積分控制對系統會產生何種影響?
 (i) 此系統在單位斜坡輸入時, 其穩定狀態誤差為何?
 (j) 若以 (e) 所得之 K_A 為準, 則此系統產生振盪時之頻率及 K_A 值各為何?

(每小題各 2%, 共計 20%)

六、設有一系統具有 $u_1(k)$, $u_2(k)$, $u_3(k)$ 三個輸入及 $y_1(k)$, $y_2(k)$, $y_3(k)$ 三個輸出, 且其輸入-輸出之差分方程式 (difference equation) 如下:

$$y_1(k+3) + 4[y_1(k+2) - y_3(k+2)] + 2y_1(k+1) + y_2(k+1) + y_3(k) - 2y_3(k) = u_1(k) + u_2(k+1)$$

$$y_2(k+2) + y_2(k+1) - y_1(k+1) + 4y_2(k) + y_3(k) = u_1(k) + u_2(k) + u_3(k)$$

$$y_3(k+1) + 2y_3(k) - y_2(k) = u_3(k) - u_2(k) + 2u_3(k+1)$$

試繪出此系統之模擬方塊圖 (simulation diagram), 並列出此系統之動態方程式。
(10%)

(10%)

七、設有一線性系統之狀態方程式為 $\dot{x} = Ax + Bu$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(a) 試求此系統之特徵值 (eigenvalue). (4%)

(b) 今想利用狀態回授 (state feedback) 之方式, 以使系統之特徵值能被移到 $-4 \pm 3j$, $-5 \pm 4j$ 處, 試求出兩個相異之 K_{xx} 值 (狀態回授增益), 以滿足此項要求, 其中 K_{xx} 內之元素均為實數。 (16%)