

* 作答時, 請務必標示題號

一. (25%)

若有一電路如下圖 Fig. 1 所示. 其中元件 A 為一非線性元件, 其電流 i_A 及電壓 V_A 關係如下:

$$i_A = -2V_A + 3V_A^2; \text{ 若令狀態 } x_1 = V_C, x_2 = i_L, \text{ 輸出 } y = V_A.$$

- (a) (5%) 試寫出此電路之 state equation 及 output equation.
- (b) (5%) 試說明 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 為其平衡點 (equilibrium point) (令 $V_i = 0$).
- (c) (5%) 試求在平衡點 $(0, 0)$ 的線性化後 state equation 及 output equation.
- (d) (5%) 試說明 part (c) 之 controllability 及 observability.
- (e) (5%) 試求 $K = [K_1, K_2]$ 及 $V_i = -KX$ 使 part (c) 閉迴路系統的 poles 為 $-1, -2$.

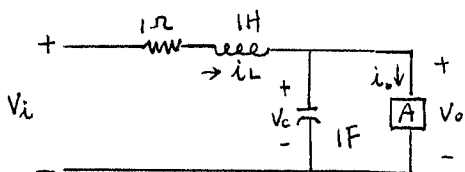


Fig. 1

二. (15%) 若有一控制系統如下圖 Fig. 2 所示

- (a) (5%) 試繪出 root locus for $0 \leq k < \infty$
- (b) (5%) 試求 breakaway point 及 break-in point 及其相對應的 k 值.
- (c) (5%) 試證明不在 real axis 上的 root locus 乃以 $(-3, 0)$ 為圓心, 半徑為 $\sqrt{3}$ 的圓形.

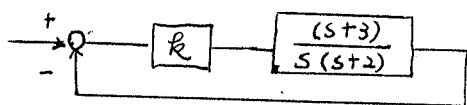


Fig. 2

三. (20%) 若有一控制系統如下圖 Fig. 3 所示.

- (a) (5%) 試求 e_{ss} | $u(t) = \text{unit-ramp function}$

(b) (5%) 試求 $\int_0^{\infty} e(t) dt$

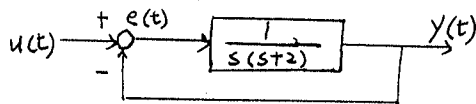


Fig. 3

(c) 若有一閉迴路系統 (negative unity-feedback) 的 transfer function 為

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(b_1s+1)(b_2s+1)\dots(b_ms+1)}{(a_1s+1)(a_2s+1)\dots(a_ns+1)}$$

$$a_i, b_j, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m \in \mathbb{R}, \text{ 試證 } \int_0^{\infty} e(t) dt = \frac{-(b_1+b_2+\dots+b_m)}{(a_1+a_2+\dots+a_n)}$$

四. (25%) 若有一電路如下圖 Fig. 4 所示.

- (a) (5%) 試求 $G(s) \triangleq \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$
- (b) (5%) 若令 $G(s) = \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}$, 試求 α 及 T
- (c) (5%) 試繪出 $G(j\omega)$ 的大小及相位角的 Bode plot (近似圖); $G(s)$ 為何種控制器 (controller)?
- (d) (5%) 若 $\phi_m = \max_{\omega} \angle G(j\omega)$, 試求相位角 ϕ_m 及其對應之頻率 ω_m (ω 及 T 表之)
- (e) (5%) 若此 controller 應用在控制系統有何優點? 設計步驟大致為何?

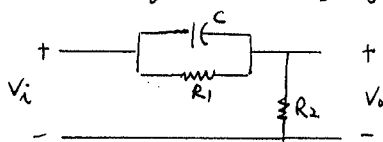


Fig. 4

五. (15%) 若有一 controller 其 transfer function

$$G_c(s) \triangleq \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k(s^2 + \omega_n^2)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- (a) (5%) 試繪出此 controller 之 signal flow graph
- (b) (5%) 試繪出 $\frac{G(j\omega)}{k}$ 的大小, Bode plot
- (c) (5%) 此 controller 為何種 filter? 其在控制系統有何功能?