

編號： 160 系所：工程科學系丁組

科目：工程數學

本試題是否可以使用計算機：可使用，不可使用（請命題老師勾選）

- (20) 1、一個單擺的運動方程式若寫成  $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$ ，(a) 請以極座標繪其力平衡圖；(b) 求此擺動系統的平衡點；(c) 請就其平衡點，將此方程式線性化。
- (20) 2、脈衝函數 (Dirac delta function,  $\delta(t-\tau)$ ) 與單位步階函數 (Heaviside unit step function,  $H(t-\tau)$ )，(a) 兩者之關係是什麼？(b) 在工程上能用來表示什麼現象？(c) 其 Laplace 轉換是什麼？
- (20) 3、偏微分方程式  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; 0 \leq x \leq l; 0 \leq y \leq l$ ；其邊界條件是  $u(0, y) = u(l, y) = u(x, 0) = 10; u(x, l) = 20$ ，(a) 是哪一種類型之偏微分方程式？(b) 求其解；(c)  $u(\frac{l}{2}, \frac{l}{2}) = ?$
- (20) 4、解  $y'' + 2y = 1 + e^{2t} + \sin \Omega t$
- (10) 5、一個週期性之函數，(a) 為何能用 Fourier 級數表示？(b) Fourier 級數的常數項，代表函數的哪一部份？
- (10) 6、一個  $n \times n$  實數矩陣  $A$ ，令  $A = B + C$ ，其中  $B$  是對稱矩陣，(a) 請問矩陣  $C$  是什麼矩陣？請寫出之；(b) 若一個二次式可寫成  $\vec{x}^T A \vec{x} = \alpha$ ，試証  $A = B$ 。