

本試題是否可以計算機：可使用，不可使用（請命題老師勾選）

- (20) 1、一個驅動電壓為 $V(t)$ ，含電阻 (R)、電感 (L) 與電容 (C) 的串聯電路系統，及一個外力為 $F(t)$ ，含質塊 (m)、阻尼 (c) 和彈簧 (k) 的機械系統，請：(a) 指出兩者有何類比關係？(b) 證明電阻（或阻尼）會消耗系統的能量。
- (20) 2、有時候，原住民在慶典時會有盪鞦韆的活動，請 (a) 做適當的假設，(b) 導出盪鞦韆的運動方程式，(c) 並以數學的觀點解釋鞦韆能越盪越高的原因。
- (15) 3、脈衝函數 (Dirac delta function, $\delta(t-\tau)$) 與單位步階函數 (Heaviside unit step function, $H(t-\tau)$)，(a) 在電路上能用來表示什麼現象？(b) 求其 Laplace 轉換。
- (15) 4、偏微分方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $u(0,t) = 100$; $u(\infty,t) = u(x,0) = 50$ ，(a) 是哪一種類型之偏微分方程式？(b) 求其解；(c) α 的因次(或單位)是什麼？
- (15) 5、一個週期性之電壓訊號，(a) 為何能用 Fourier 級數表示？(b) Fourier 級數的常數項，代表電壓訊號的哪一部份？
- (15) 6、矩陣問題：(a) $n \times n$ 實數矩陣 A ，可以寫成 $e^{At} e^{Bt} = e^{(A+B)t}$ 的條件是什麼？請證明之。(b) $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}^{99} = ?$