

- 一、是非題 (每題 1 分) (以 “T”表“是”;“F”表“非”, 並寫上題號, 違反規定者, 不予計分。)
- 二項分配(Binomial Distribution)與超幾何分配(Hyper-geometric Distribution) 之差異僅在於抽樣時是否具取放(Replacement)之特性。
  - 依照指數型分配(Exponential Distribution)之特性, 某一設備之構件其失敗之時間與該設備之使用壽命無關。
  - 一隨機樣本數為  $n$  之平均數為一隨機變數。
  - 配對獨立事件(Pairwise Independent Events) 之所有事件未必具獨立性。
  - 卜瓦松分配 (Poisson Distribution) 具有記憶喪失 (Lack of Memory) 之特性。
  - $(1 - \alpha)100\%$  可信賴區間(Confidence Interval)意即所欲求取相關參數之點估計(Point Estimate) 值落於區間內之機率為  $1 - \alpha$ 。
  - 為了使信賴區間更可能包括真正的母體平均數  $\mu$ , 則應該使信賴區間更狹小。
  - 若母體之分配未知, 而抽取之樣本數甚大, 則依中央極限原理(Central Limit Theorem) 可視為近似常態分配, 具平均數  $\mu$ , 變異數  $\sigma^2/n$ 。
  - 設  $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ; 則  $(x_i - \mu) / \sigma$  屬於標準常態分配。
  - 設一個  $2n$  的隨機樣本係來自某一母體, 以  $X$  表之, 且  $E(X) = \mu$ ,  $V(X) = \sigma^2$ 。  
 令  $X_1 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$  及  $X_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  分別為  $\mu$  之估測值, 則  $X_2$  為較佳之估測值。
  - $P$  值係指傾向於拒絕虛無假設  $H_0$  之最小顯著水準(Smallest Level of Significance)。
  - 設由某一組樣本求得母體平均數  $\mu$  的 95% 信賴區間為  $(-1.5, 1.2)$ , 則吾人可說此一區間有 0.95 的機會包含  $\mu$ 。
  - 若  $A$  與  $B$  為兩事件, 則  $P(A \cap B) < P(B)$  恆為真。
  - 若  $A$  與  $B$  兩事件為互斥, 則  $P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C)$ 。
  - 若已知兩隨機變數  $X_1$  與  $X_2$ , 其  $E(X_1 X_2) = E(X_1)E(X_2)$ , 吾人不能斷定該兩隨機變數  $X_1$  與  $X_2$  為彼此獨立。
  - 已知  $E[(x-1)^2] = 9$ ;  $E[(x-2)^2] = 8$ , 則隨機變數  $X$  之平均數為 2.5。
  - 若  $A$  與  $B$  兩事件為獨立, 且  $P(A) = 0.35$ ,  $P(B) = 0.4$ , 則  $P(A | B) = 0.875$ 。
  - 甲、乙二人作連續擲一枚公正硬幣的遊戲, 以先擲出有梅花的一面為勝, 今若由甲先擲, 則甲得勝的機率為  $1/2$ 。
  - 統計推論是由一組樣本資料算出統計量, 以便對母體的參數作評估。
  - $n$  個獨立而各具平均數  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  之常態隨機變數和為一卡方分配(Chi-Square Distribution) 之隨機變數, 具  $n$  個自由度。

二、某球類製造商之產品直徑為常態分配, 直徑平均為 2.7 公分, 標準差為 0.3 公分, 客戶要求訂購 1000 個產品, 其規格為  $3.0 \pm 0.2$  公分, 試問不合格之數量為多少? (須列出計算式子與過程) (10 分)

三、機率密度函數 (Probability Density Function)

$$f(x) = k(1 + 2x) \quad 0 < x < 4$$

求 (a)  $k$  值? (須列出計算式子與過程) (5 分)

(b)  $x$  之變異數(Variance)? (須列出計算式子與過程) (5 分)

(背面仍有題目, 請繼續作答)

四、以下降雨量(吋)之數據為某些城市一月份之量測值：

3.8 2.6 2.2 4.2 5.4 4.8 3.3 2.7 1.8 2.0  
4.4 2.6 2.9 2.0 1.2 3.6 3.9 0.8 3.1 0.5  
3.1 3.7 0.3 3.7 4.2 4.5 2.3 1.5 3.4 1.6

- (1) 試以 0 吋為第一組最小界線值，而組寬為 0.5 吋，建構一個莖葉圖(Stem and Leaf Plot)？(7 分)
- (2) 試求中位數？(2 分)
- (3) 試求眾數？(2 分)
- (4) 若已知上述數據之和  $\sum x = 86.1$ ，數據平方和  $\sum x^2 = 296.57$ ，試求標準偏差？(3 分)
- (5) 試問在樣本平均數加減一個標準偏差( $\bar{X} \pm s$ )下，指出所有不在此範圍內的量測值？(3 分)
- (6) 試建構一個箱形圖(Box Plot)？(8 分)

五、假設政府提供某類卓越研究計劃給某個團隊之九個大學院校，其各個大學院校未獲補助前和獲補助後之研究績效指數分別如下：

	大學院校								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
未獲補助前	38	28	35	41	47	29	37	31	38
獲補助後	45	25	34	38	50	33	36	29	37

試問這個團隊獲政府補助後之研究績效是否比未獲補助前有顯著之改善？請使用顯著水準  $\alpha = 0.05$ 。(10 分)

六、在某一型態的測試樣本中，已知一樣本的輸入(x)與輸出(y)之間具某種線性的關聯。設兩變數的實驗數據如下：

輸入(x)	輸出(y)
0.5	1.3
1.5	3.4
3.2	6.7
4.2	8.0
5.1	10.0
6.5	13.2

試預測線性迴歸方程式  $\mu_{Y|X} = \beta x$  (須列出計算式子與過程)(12 分)

七、設某研究探討降雨量和空氣污染移除的量間是否有某種程度的關係，今針對此問題去收集相關的數據，分別為：

每日降雨量(x) (0.01 公分)	4	5	9	14	18	22	24
雜質移除量(y) (每立方公尺毫克)	16	22	11	16	7	3	17

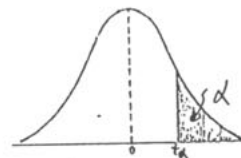
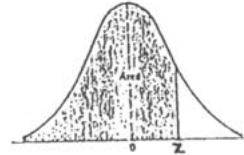
若  $\sum x_i = 96$   $\sum y_i = 92$   $\sum x_i^2 = 1702$   $\sum y_i^2 = 1464$   $\sum x_i y_i = 1097$

$(\sum x_i)^2 = 9216$   $(\sum y_i)^2 = 8464$   $\sum x_i \sum y_i = 8832$

- (a) 試求其相關係數為何？(10 分)(須列出計算式子與過程)
- (b) 試由所得之相關係數，說明每日降雨量與空氣雜質移除量有無相當程度的關聯性？(3 分)

Areas Under the Normal Curve

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936



Critical Values of the t Distribution

v	$\alpha$				
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
Inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576