國立成功大學

113學年度碩士班招生考試試題

編　號：103

系　所：水利及海洋工程學系

科　目：工程數學

日　期：0202

節　次：第 1 節

備　註：不可使用計算機

編號： 103

國立成功大學 113 學年度碩士班招生考試試題

系　　所：水利及海洋工程學系

考試科目：工程數學

考試日期：0202，節次：1

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。　請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (20%)

(1) (10%) Prove $\nabla\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{1}{g^2}(g\nabla f-f\nabla g)$, where f and g are scalar functions.

(2) (10%) Prove $\mathrm{div}(fv)=f div\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla f$, where f is a scalar function and $\boldsymbol{v}$ is a vector function.

2. (20%)

(1) (10%) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1-p & 4\\ 4 & 1-p\end{bmatrix}$, where p is a real constant. Determine the relationship between the rank of **A** and the value of p.

(2) (10%) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}p & -q\\ q & p\end{bmatrix}$, where p and q are real constant. Determine the condition in terms of p and q that **A** is an orthogonal matrix.

3. (30%)

(1) (15%) Find the general solution of $y''+y=\cos x$.

(2) (15%) Find the general solution of $y''+2y'+y=2x\cos x$.

4. (30%)

(1) (15%) Verify the Green's theorem over the circle of $x^2+y^2=1$ for $\mathbf{F}=[y,-x]$.

(2) (15%) Evaluate the surface integral over the $x^2+y^2+z^2=1, x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0$ for $\mathbf{F}=[0,x,0]$