

(1) 求曲線系 $y = \sqrt{x+c}$ 之正交曲線系。 (10%)

(2) 解微分方程式

$$(2x-1)^2 y'' + 4(2x-1)y' - 3y = 0 \quad (12\%)$$

(3) 解下列起始值問題

$$y'' + 4y' + 4y = 18 \cosh x$$

$$y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

(12%)

(4) 解 $y'' + 0.02y' + 25y = r(t)$

(15%)

$$r(t) = \begin{cases} -K & \text{當 } -\pi < t < 0 \\ K & \text{當 } 0 < t < \pi \end{cases}$$

$$r(t+2n\pi) = r(t) \\ n: \text{任意整數}$$

(5) 求線積分 $\int_C (yz dx + xz dy + xy dz) = ?$

(10%)

C : 由 $(1, 1, 1)$ 至 $(2, 2, 3)$ 之直線段。

(6) z 平面上 $(z = x + iy)$ 區域: $x < 0, 0 < y < \pi$

經 $w = e^z$ 之映像後, 在 w 平面上之對應區域為何? 繪圖示之。 (10%)

(7) 求複數線積分 $\oint_C \frac{z^2+1}{z^2-4} dz = ?$ (註: $z = x + iy$)

當 (a) C 係以 2 為中心, 以 1 為半徑之圓 (逆時向)

(b) C 係以 0 為中心, 以 1 為半徑之圓 (逆時向)

(c) C 係以 -1 為中心, 以 2 為半徑之圓 (逆時向)

(d) C 係以 i 為中心, 以 3 為半徑之圓 (逆時向) (16%)

(8) 將 $\frac{1}{5-2z}$ 以 $(z-1)$ 為中心之冪級數展開之,

並討論其收斂範圍

(15%)