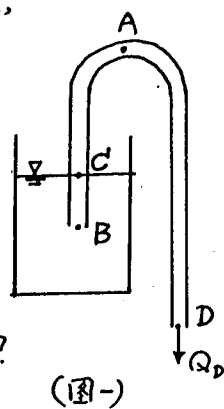


一、如圖一所示之虹吸管，全長9公尺，AB段之長為3.25公尺，管徑 $d=2.5$ 公分，

(1) 若管中充滿水，但將D點提升至液面以上，則是否會有水流出？為什麼？(5分)

(2) 若AD之垂距為5公尺，AC之垂距為1.5公尺，CB之垂距為1.0公尺，摩擦係數可取為 $f=0.02$ ，並忽略入口及出口等之次要損失，則流量 $Q_D=?$ (10分)

(3) 於(2)之情形中，若將出口D封閉，則A處之壓力強度為？(以儀表壓力表示)。(10分)



二、慣性參考座標系中，控制體動量方程式如下式：

$$\Sigma \vec{F}_{cv} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{cv} \vec{v} (\rho dV) + \oint_{cs} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A})$$

上式中， $\Sigma \vec{F}_{cv}$ 為作用於控制體之外力和， t 為時間， ρ , dV , 及 \vec{v} 各表示控制體中一流體元素 (fluid element) 之質量密度、體積及速度向量、 $d\vec{A}$ 為控制體表面 (control surface) 之向量微分面積 (vector differential area)， n 以向外為正。

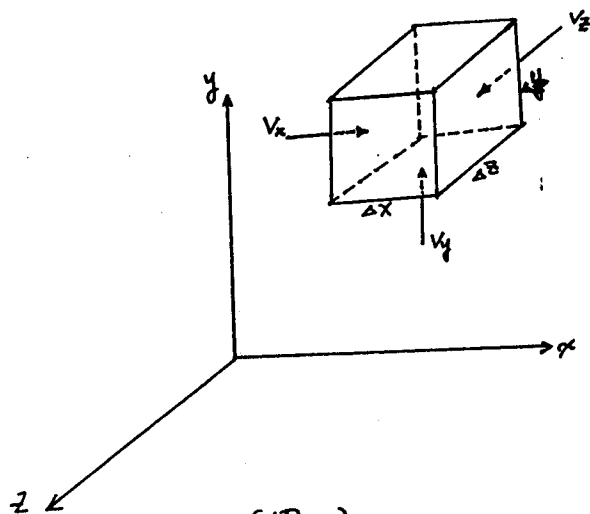
(1) 請問有那些外力？(5分)

(2) 請說明 $\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{cv} \vec{v} (\rho dV)$ 及 $\oint_{cs} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A})$ 之物理意義。(10分)

(3) 如圖二所示之微小控制體，請證明：

$$\left[\oint_{cs} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) \right]_x = \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_x v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z$$

上式中， $\left[\oint_{cs} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) \right]_x$ 表示 $\oint_{cs} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A})$ 之 x -方向分量。(10分)



三. 定量流況下, 光滑平板上之二維性紊流邊界層, 在 $0.15\delta > y > (30 \sim 70)\frac{\nu}{u_*}$ 之範圍中, 流速剖面可用對數律表示:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5.6 \log_{10} \frac{y u_*}{\nu} + 4.9$$

請說明為什麼離平板太近 (如 $y < (30 \sim 70)\frac{\nu}{u_*}$) 及太遠 (如 $y > 0.15\delta$), 對數律均不適用? 但 δ 為邊界層厚度, ν 為運動滯度, u_* 為剪力速度, \bar{u} 為距平板 y 距離處之時間平均速度。 (15分)

四. 不可壓縮性流体, 定量流況下之 Navier-Stokes 方程式之形式如下:

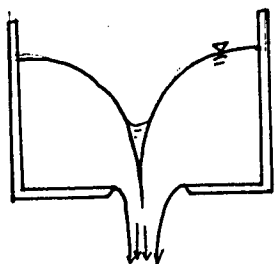
$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$$

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right)$$

$$v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

(1) 請證明在非旋流之流場中, 任二點之總量頭相等。 (15分)

(2) 請繪出如图三所示之自由渦流 (free vortex) 之能量坡降線示意圖。 (5分)



(图三)

五. 有 A, B 二球, 直徑及材料均相同, 但 A 球表面光滑, B 球表面粗糙, 二者均在靜止之相同流体中, 以相同之速度作等速度運動, 請問何者所受之阻力較大? 為什麼? (15分)