

1. 解微分方程式  $y'' - 2y' + y = e^x \sin x$  (12%)

2. 解微分方程式  $xy'' + y' = y'^2$  (12%)

3. 利用 Laplace transform 方法解 (12%)

$$y'' + 2y = r(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

4. 有一曲線為  $\vec{r}(t) = 4 \cos t \vec{i} + 4 \sin t \vec{j} + 3t \vec{k}$ .  
試求其曲率 (curvature). (10%)

5. 試以 Fourier cosine series 表示

$$f(x) = x^2 - x \quad (0 < x < \pi) \quad (12\%)$$

6. 解偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (\text{令 } v = x, \quad z = x + y) \quad (12\%)$$

7. 求 - linear fractional transformation 將  $z$  平面上

$$z_1 = i, \quad z_2 = 0, \quad z_3 = -i, \text{ 分別映至 } w \text{ 平面上 } w_1 = -1, w_2 = -i,$$

$$w_3 = 1, \text{ 並求 } z \text{ 平面上領域 } \{1 < x < 2, 1 < y < 2\} \text{ 經此映像後, 在}$$

$$w \text{ 平面上對應之領域為何?} \quad (15\%)$$

8. 求下列複數線積分。

(a)  $\int_c z^2 dz = ?$   $c$ : 由  $i$  至  $(1+2i)$  之直線段

(b)  $\int_c \operatorname{Im} z dz = ?$   $c$ : 由  $0$  至  $(1+i)$  之直線段

(c)  $\oint \frac{z^3 + z}{z^2 - 1} dz = ?$   $c$ :  $|z - 1 - i| = 2$ , 逆時向. (15%)