

1. 解微分方程式 $(\sinh x \sin y) y' - 2 \cosh x \cos y = 0$ (10%)

2. 解微分方程式 $y'' - \frac{2}{x+1} y' + \frac{2}{(x+1)^2} y = 0$ (10%)

3. $1, \cos \frac{\pi}{L} x, \sin \frac{\pi}{L} x, \cos \frac{2\pi}{L} x, \sin \frac{2\pi}{L} x, \dots$
 試證明上述之函數集合在 $0 \leq x \leq 2L$ 之區間內成一正交函數集合, 並由此求得 orthonormal set of function. (10%)

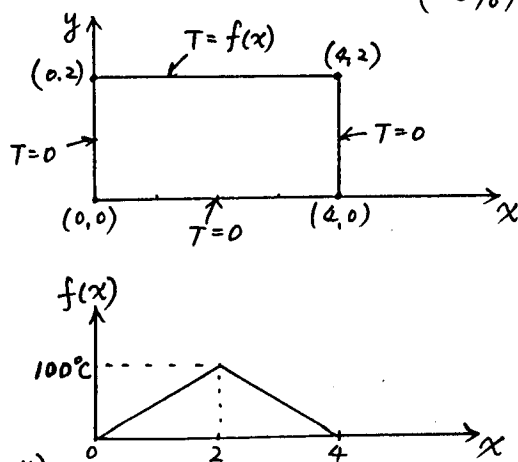
4. 試以 Fourier sine series 表示
 $f(x) = k + x + x^2 \quad (0 < x < \pi)$, k 為常數. (14%)

5. 設 r 代表 P 點 (x, y, z) 與固定點 A 點 (x_0, y_0, z_0) 之距離,
 求 $\text{grad}(\frac{1}{r}) = ? \quad \text{Laplacian}(\frac{1}{r}) = ?$ (12%)

6. $\oint_c \frac{dz}{z^2(z^2+4)} = ? \quad z = x + iy$
 (i) $c: |z|=3$, 逆時向, (ii) $c: |z|=1$, 逆時向 (12%)

7. $z = x + iy, w = u + iv$,
 z 平面上之區域 $\{1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3\}$ 經 $w = \frac{1}{z}$ 映像至 w 平面上,
 其對應之區域為何? 繪圖示之. (16%)

8. 有一矩形金屬板, 長 4 公尺, 寬 2 公尺,
 如右圖所示, 上下兩平面均以絕熱材料覆蓋, 已知四周邊界溫度為 $T(0, y) = 0, T(4, y) = 0$
 $T(x, 0) = 0, T(x, 2) = f(x)$.



試求該金屬板內任意點之溫度 $T(x, y)$. (16%)