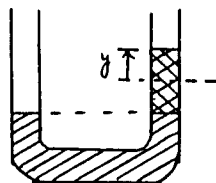


1. 假設有一高射砲彈垂直地面往太空直射, 其起始速度為 5 km/sec , 僅考慮地球之地心引力, 忽略空氣阻力及其他星球之引力, 試問該砲彈最大高程多少? (15%)
 (註: 地球半徑 = 6372 km)

2. 一公升 (1000 c.c.) 之水裝於 U 型管中如圖所示, 管直徑為 2 公分, 若該管受外力碰撞後, 水面在上下擺動之中, 試求其擺動頻率。忽略阻力不計。 (13%)



3. 有一銅線, 四周以絕熱材料包護, 該銅線長 50 公分, 兩端點保持溫度 0°C , 銅線之起始溫度為 $100 \sin\left(\frac{\pi x}{50}\right)^\circ\text{C}$. 試問銅線中最高溫度降至 40°C 需時若干? 已知銅之密度為 8.9 gm/cm^3 , 比熱為 $0.09 \text{ cal/gm}^\circ\text{C}$, 熱傳係數為 $0.95 \text{ cal/cm}^\circ\text{C}^\circ\text{C}$. (15%)

4. $y(t) = \sin 2t + \int_0^t y(\tau) \sin 2(t-\tau) d\tau$, 解 $y(t) = ?$
 [提示: 可利用 Laplace transform 方法解之] (12%)

5. 有一飛行體以一定速率沿着一子午圈移動, 該子午圈又以一定角速率作旋轉運動, 故該飛行體之軌跡可以位置向量表之為

$$\vec{r}(t) = R \cos \gamma t \vec{b}(t) + R \sin \gamma t \vec{r}$$

$$\vec{b}(t) = \cos \omega t \vec{i} + \sin \omega t \vec{j}$$

試求該飛行體之加速度, 指出那一項屬柯氏加速度 (Coriolis acceleration)? 並解釋柯氏力 (Coriolis force).

(註: R, γ, ω 均為常數, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{r}$ 分別為 x, y, z 方向之單位向量) (15%)

6. 已知有一向量 $\vec{F} = 2xy^2z \vec{i} + (e^y + x^2z) \vec{j} + x^2y \vec{k}$
能以一勢函數 $f(x, y, z)$ 之梯度 (gradient) 表示之,
試求該勢函數 $f(x, y, z) = ?$, 並求該勢函數之
Laplacian $\nabla^2 f = ?$ (15%)

7. z 平面上之領域 $\left\{ \begin{array}{l} 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ 0 < y < 2 \end{array} \right\}$ 經 $w = e^{2iz}$ 映像至
 w 平面上所對應之領域為何? 並繪圖示之。

註: $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$. (15%)