1. 解 $(2x+1)^2y'' + 5(2x+1)y' + 3y = 0$ (12%)

2. 解 $\frac{dx}{dt} = 2x + 3y + 2e^{2t}$

$\frac{dy}{dt} = x + 4y + 3e^{2t}$

已知 $x(0) = -\frac{2}{3}$, $y(0) = \frac{1}{3}$,

試求 $x(t)$ 及 $y(t)$. (14%)

3. 利用分離變數法解

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 2(x+y)u$ (10%)

4. $\iint_S (x^3\,dy\,dz + x^2y\,dz\,dx + x^2z\,dx\,dy) = ?$

S：圓柱体之表面，包括 (i) $x^2+y^2=4$ $(0 \le z \le 3)$

(ii) $z=0$ $(x^2+y^2 \le 4)$ (iii) $z=3$ $(x^2+y^2 \le 4)$ (14%)

5. 試由直角座標系 (x, y) 之 Laplacian $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

求極座標系 (r, θ) 之 Laplacian，已知 $x = r\cos\theta$,

$y = r\sin\theta$. (14%)

6. $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$, 求下列線積分值

(a) $\oint_C \frac{z^2+1}{z^2-1}\,dz = ?$ C: $|z| = 2$ (逆時向) (10%)

(b) $\int_C (x + i2y)\,dz = ?$ C：由 (0.0) 至 (2.4) 之直線段 (10%)

7. $z = x + iy$, z 平面上領域 $S: \begin{cases} -\frac{\pi}{4} < x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$

經 $w = i\tan z$ 映至 w 平面所对應之領域為何？

繪圖示之。（註 $i = \sqrt{-1}$） (16%)