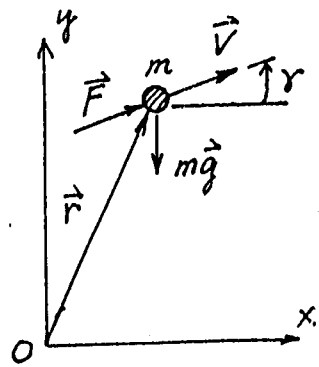


〔第一題〕 在右圖中，考慮一質點，其質量為 m ，受到力 F 與重力 mg 之作用。力 F 總是沿著速度 V 之方向，重力 係沿著負 y 軸之方向， xy 為慣性軸， V 與 x 軸之夾角為 γ 。利用 (1) 位置向量之微分為速度，(2) 加速度為單位質量所受之總力，



圖：第一題

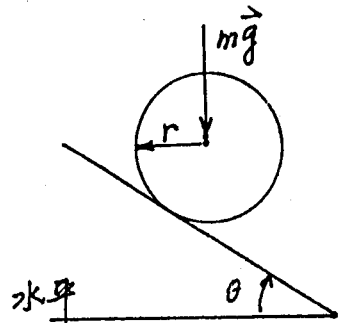
- 1. 導出運動方程式，並以一階微分方程式表示之，此即，將運動方程式寫成

$$\dot{x} = f(x, u)$$

之形式，式中， $x = [x(t) \ y(t) \ V(t) \ \gamma(t)]^T$ 為描述此質點運動所需最少之變數，亦稱為狀態變數 (state variables)， $u = [m \ g \ F(t)]^T$ ，其中 g 為重力加速度，在此係假設為常數。 (15%)

- 2. 用數質分析法解此方程式與利用計算機模擬 (simulate) 此質點運動有何關連性？ (5%)

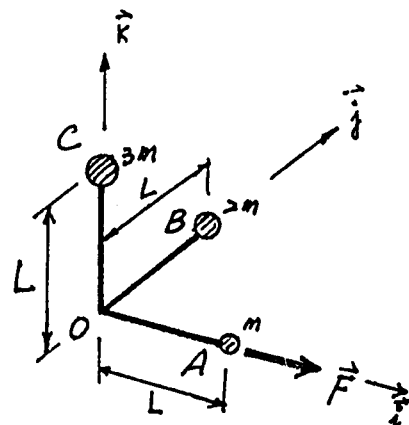
〔第二題〕 在右圖中，考慮一半徑為 r ，質量為 m 之均勻實心圓盤，置於與水平夾角為 θ 之斜坡上，重力加速度為 g ，



圖：第二題

- 1. 若圓盤與斜坡均為光滑無摩擦之表面，求圓盤之角加速度與其中心點之加速度。 (7%)
- 2. 若圓盤為純滾動，求圓盤之角加速度與其中心點之加速度。 (7%)
- 3. 若圓盤於一平面 ($\theta = 0$) 之上純滾動，接觸處之摩擦力係與圓盤運動之方向同向或反向？圓盤應加速或減速？試以作用於圓盤之力，與其對於圓盤中心點所產生之力矩說明之。 (6%)

〔第三題〕 一物體，質量為 M ，直線飛行於無重力場之太空，其速度為 V ，此物體向飛行之方向拋出質量為 $m = M/10$ 之附件，此附件相對於原物體之速度為 $V_c = V/5$ ，求此物體所剩 $9M/10$ 部份之 $\Delta V/V$ 。 (20%)



圖：第四題

〔第四題〕 三個質點 A 、 B 、 C ，其質量分別為 m 、 $2m$ 、與 $3m$ ，以無質量之剛體桿固定於一點，三支剛體桿互相垂直，其長度均為 L ，力 $F = F i$ 施於質點 A 處，如右圖所示。

- 1. 若角速度 $\omega = 0$ ，求角加速度 $\dot{\omega}$ 。 (10%)
- 2. 若角速度 $\omega = \omega(j + 2k)$ ，(ω 為常數)，求角加速度 $\dot{\omega}$ 。 (10%)

〔第五題〕 假設固定座標為 XYZ ，動座標為 xyz ，其單位向量分別為 IJK 與 ijk ，描述動座標與固定座標關係之三個 Euler 角 ψ 、 θ 、 ϕ 定義如下：

- 起先兩個座標系互相重疊，即 x 與 X 同向， y 與 Y 同向， z 與 Z 同向；
- 先對 $+j$ 軸旋轉 ψ 角；
- 再對旋轉後之 $-i$ 軸旋轉 θ 角；
- 再對旋轉後之 $+k$ 軸旋轉 ϕ 角。

若 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 為角速度 ω 在動座標 xyz 三軸之分量，求 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 與 $\dot{\psi}$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\phi}$ 之關係式。(20%)