

# 國立成功大學

## 115學年度碩士班招生考試試題

編 號： 92

系 所： 系統及船舶機電工程學系

科 目： 工程數學

日 期： 0203

節 次： 第 3 節

注 意： 1. 不可使用計算機  
2. 請於答案卷(卡)作答，於  
試題上作答，不予計分。

1. 試利用待定係數法(Method of Undetermined Coefficients)計算下列常微分方程式的解。(25%)

$$y'' - 8y' + 16y = 6e^{4x} + 12x - 5$$

2. 求下列函數的傅立葉級數。(25%)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

3. 考慮一線性系統為

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

並定義一物理場  $\Phi(X)$  為

$$\Phi(X) = \frac{1}{2} X^T A^{-1} X$$

- 試計算  $\nabla \cdot (\nabla \Phi)$  以及  $\nabla \times (\nabla \Phi)$ 。(25%)

4. 給定  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$  且假設  $L_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  是一個左乘轉換 (left-multiplication transformation)。令  $b \in \mathbb{R}^m$  且  $M = \{x \in \mathbb{R}^n \mid L_A(x) = b\}$ ；請證明若存在  $s \in M$ ，則  $M = \{s\} + \text{Ker}(L_A)$ 。(25%)